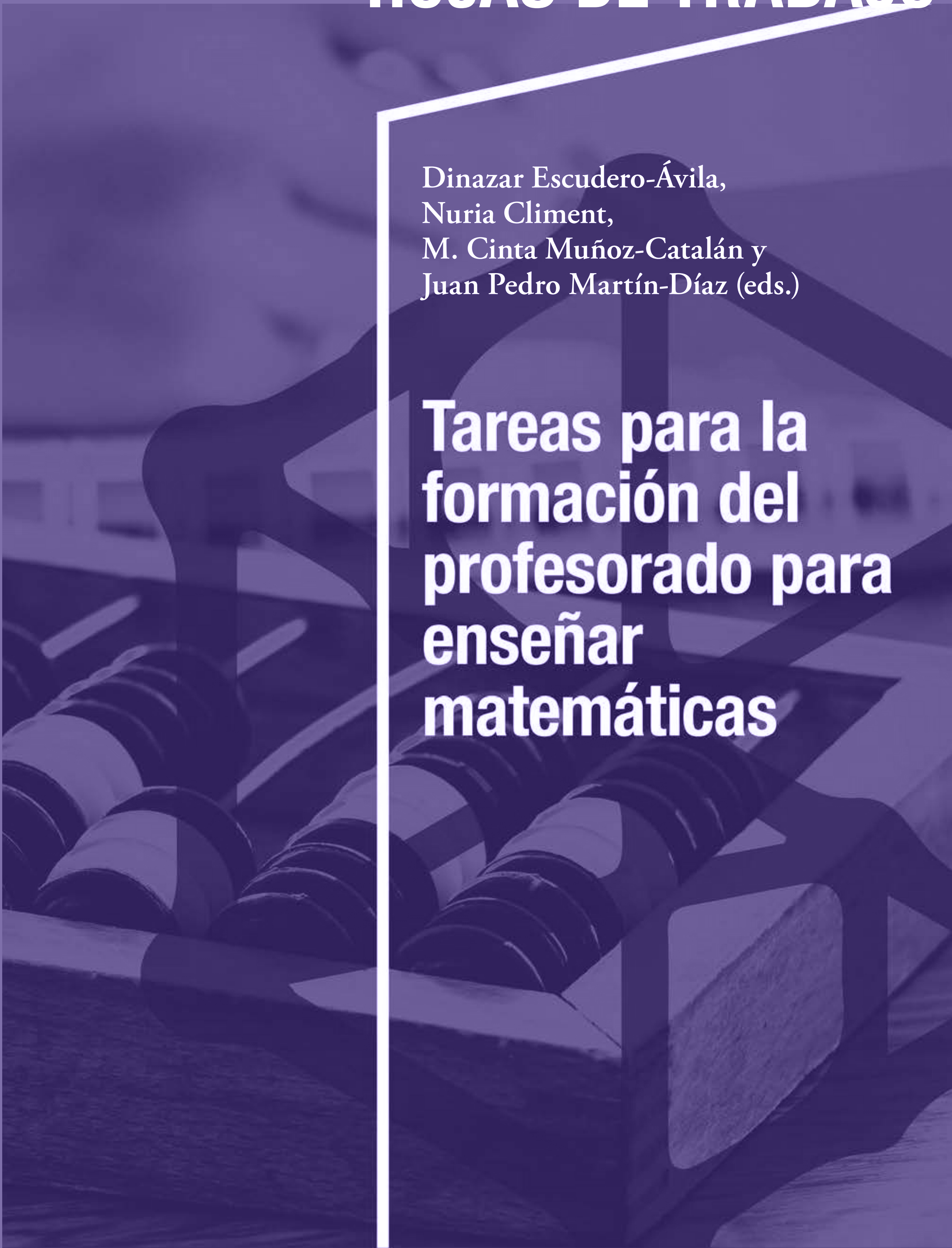
HOJAS DE TRABAJO



Dinazar Escudero-Ávila,
Nuria Climent,
M. Cinta Muñoz-Catalán y
Juan Pedro Martín-Díaz (eds.)

Tareas para la formación del profesorado para enseñar matemáticas

Horizontes Universidad

Octaedro

Proyecto PID2021-122180OB-I00 «Conocimiento especializado en la formación del profesorado de matemáticas: tareas y conocimiento del formador (MTSK-T&MTEK)», financiada por:

MINISTERIO DE CIENCIA, INNOVACIÓN Y UNIVERSIDADES

AGENCIA ESTATAL DE INVESTIGACIÓN

Proyecto ProyExcel_00297 «Conocimiento especializado en la formación del profesorado de matemáticas, ciencias experimentales y ciencias sociales (MTSK STSK SCTSK)», financiado por:

RED MTSK

Agradecemos la colaboración de:

Junta de Andalucía
Consejería de Universidad, Investigación e Innovación

coideso
Pensamiento Contemporáneo e Innovación para el Desarrollo Soc

Universidad de Huelva

UNION EUROPEA
Fondo Social Europeo
Iniciativa de Empleo Juvenil
El FSE invierte en tu futuro

DESYM

Dinazar Escudero-Ávila, Nuria Climent,
M. Cinta Muñoz-Catalán
y Juan Pedro Martín-Díaz
(eds.)

HOJAS DE TRABAJO

Tareas para la formación del profesorado para enseñar matemáticas

Octaedro

Colección Horizontes-Universidad

Título: *Hojas de trabajo. Tareas para la formación del profesorado para enseñar matemáticas*

Primera edición: junio de 2026

Diseño de la cubirtea: Tomàs Capdevila
Realización y producción: Octaedro Editorial

Publicación en acceso abierto - *Open access*

Índice

HOJAS DE TRABAJO

1. Construcción de una definición en Educación Infantil: el caso del rectángulo

Antes de trabajar esta tarea, deberás leer el documento de Escudero *et al.* (2014) (ver tabla 1.3), lo que te permitirá conocer los atributos que caracterizan una definición.

Tabla 1.3. Atributos de una definición matemática.

Atributos que debe cumplir una definición matemática (Escudero, Gavilán y Sánchez-Matamoros, 2014)	
Jerarquía (precisión)	Los términos usados deben ser básicos o estar definidos previamente.
No circularidad	En la definición de un concepto no se puede hacer uso del propio concepto. Asimismo, si para definir un concepto se hace uso de otro, la definición del segundo no puede basarse en la del primero.
Minimalidad	La definición no debe ser redundante: ninguna característica podrá deducirse del resto.
No ambigüedad	Debe quedar claro qué objetos pertenecen a una clase.
No contradictoria	Las características deben ser consistentes: no puede incluirse una y su opuesta.
Invariante	La definición debe mantenerse bajo cualquier cambio de representación.
Equivalencia	Si se pueden enunciar distintas definiciones de un mismo concepto, estas han de ser equivalentes.

ACTIVIDAD 1

Vamos a comenzar con la definición de rectángulo, figura que todos conocemos. De manera individual, pensad en el rectángulo y dibujad la imagen o las imágenes que os vengan a la mente (podéis hacerlo en papel y digitalizarlo para incluirlo en la tabla 1.4). A continuación, elaborad en grupo una definición consensuada de «rectángulo» que tenga en cuenta las figuras geométricas propuestas por cada uno.

Tabla 1.4. Imágenes del rectángulo

Estudiante	Dibujo del rectángulo
Definición de rectángulo:	

ACTIVIDAD 2

Observad la figura 1.1. ¿Todas las figuras podrían considerarse ejemplos de rectángulo? ¿Por qué? Responded en la tabla 1.5, refiriéndoos a cada una según el número asignado.

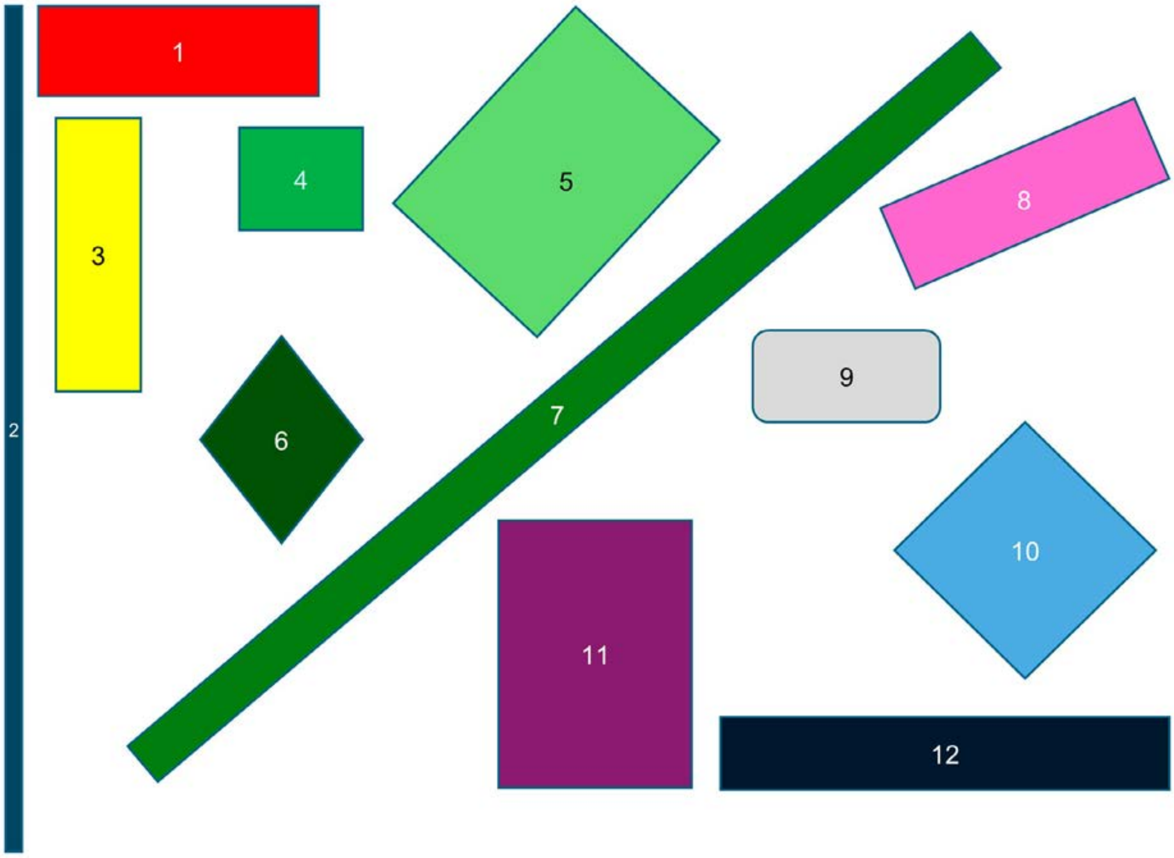


Figura 1.1. Ejemplos de figuras geométricas que podrían o no ser rectángulos.

Tabla 1.5. ¿Es o no un ejemplo de rectángulo?

	Sí es ejemplo de rectángulo	No es ejemplo de rectángulo	¿Por qué?
1			
2			
3			
4			

	Sí es ejemplo de rectángulo	No es ejemplo de rectángulo	¿Por qué?
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

ACTIVIDAD 3

Elaborad un listado de las propiedades, características o atributos que identificáis en las figuras geométricas que habéis considerado rectángulos y otro listado con las que observáis en el conjunto de las figuras no lo son. Recoged ambos en la tabla 1.6.

Tabla 1.6. Propiedades de las figuras geométricas.

Propiedades que aparecen en las figuras geométricas consideradas como ejemplo de rectángulo	Propiedades que aparecen en las figuras geométricas consideradas como ejemplo de NO rectángulo

ACTIVIDAD 4

Podemos identificar tres tipos de propiedades en un concepto:

Propiedades relevantes: son las propiedades que definen el concepto. Siempre están presentes en los ejemplos utilizados. Dentro de las relevantes, las *propiedades críticas* son las mínimas necesarias para construir una definición (véase la tabla 1.3). (Ej.: en el caso del triángulo, una propiedad relevante es tener tres lados).

Propiedades irrelevantes: son propiedades no necesarias del concepto, que pueden aparecer o no en los ejemplos utilizados para un determinado concepto. Conviene evitar que los ejemplos seleccionados conviertan estas propiedades en relevantes. (Ej.: en el caso del triángulo, una propiedad irrelevante sería uno de sus lados descanse sobre la horizontal).

Propiedades incorrectas: son propiedades que el concepto no posee. (Ej.: en el caso del triángulo, una propiedad incorrecta sería tener un ángulo cóncavo).

Ordenad las propiedades señaladas en la actividad 3 según esta clasificación en la tabla 1.7.

Tabla 1.7. Propiedades relevantes, irrelevantes e incorrectas del concepto de rectángulo.

Propiedades		
Relevantes	Irrelevantes	Incorrectas

¿Qué es, entonces, un rectángulo? Proporcionad una definición de rectángulo, consensuada en grupo, a partir de las propiedades que habéis identificado como «relevantes» en la actividad anterior. Además, ¿cumple vuestra definición las propiedades de la tabla 1.3?

ACTIVIDAD 5

En distintos libros de texto aparecen las siguientes definiciones del rectángulo. ¿Cuál o cuáles son correctas, incorrectas o incompletas? Justificad vuestra respuesta también desde la perspectiva de las características de la tabla 1.3.

1. Figura geométrica de cuatro lados de dos longitudes distintas (de la misma longitud los lados opuestos) que forman cuatro ángulos rectos.
2. Es un cuadrilátero, con dos pares de lados paralelos, los cuales forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.
3. Es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí.
4. Es un paralelogramo con un ángulo recto.

ACTIVIDAD 6

Según Tall y Vinner (1981), la mayoría del profesorado tiene la creencia, casi siempre errónea, de que los estudiantes, ante una determinada tarea, basan sus razonamientos en las definiciones formales de los conceptos que han recibido de forma verbal y de que las imágenes tienen un papel secundario. Para cuestionar esta creencia, los autores definen dos nociones clave e indican el papel que juega la imagen del concepto en relación con su definición:

Definición de un concepto: Se refiere a la definición formal matemática del concepto.

Imagen del concepto: Se refiere a cómo se refleja dicho concepto en la mente de la persona; es el producto de los procesos mentales de formación del concepto e incluye imágenes mentales y propiedades y procesos asociados. Se va construyendo a lo largo de la escolaridad y cambia a medida que el alumnado se encuentra con nuevos estímulos.

6.1 ¿Qué propiedades del rectángulo consideráis que se deberían destacar en EI?

6.2 ¿Consideráis que el conjunto de figuras geométricas que aparece en la figura 1.1 (actividad 2) es suficiente para que el alumnado pueda construir una imagen rica del rectángulo y de sus propiedades? ¿Hay alguna redundante? ¿Faltaría alguna? Justificad vuestra respuesta.

6.3 ¿Qué valoración hacéis de la ficha siguiente (figura 1.2)? ¿Qué propiedades del rectángulo, ya sean relevante o irrelevantes, refuerza? Indicad qué figuras geométricas dibujaríais en clase para complementar esta propuesta.

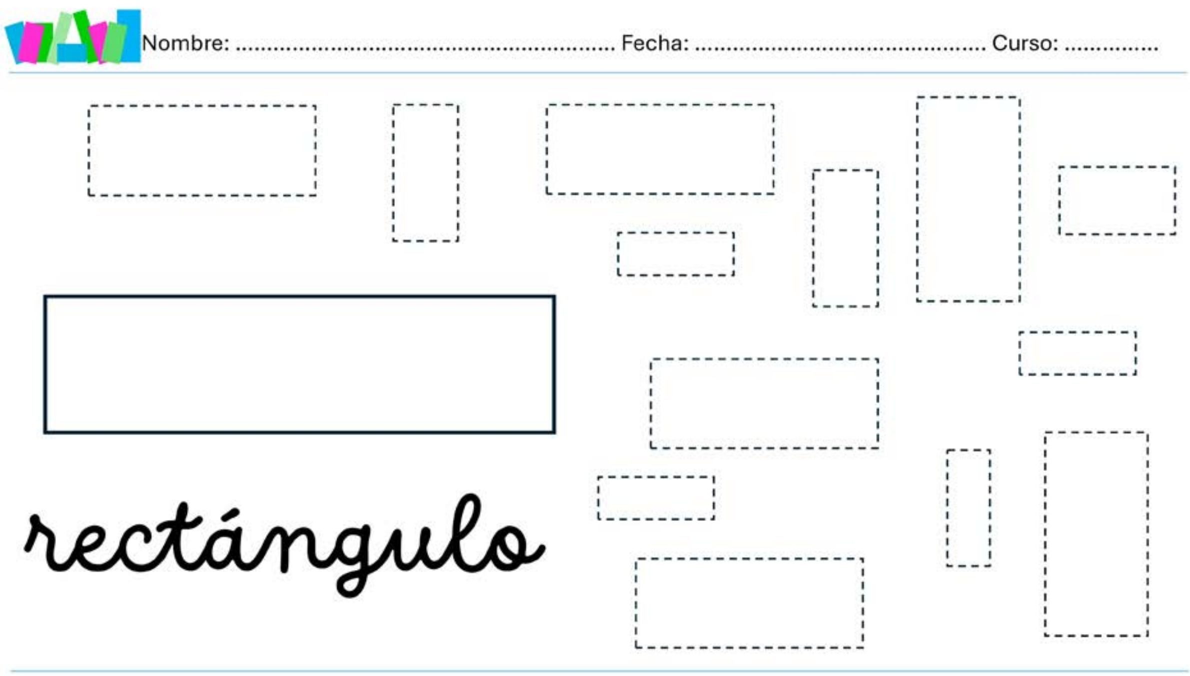


Figura 1.2. Ficha de EI sobre el rectángulo, inspirada en https://www.edufichas.com/matematicas/figuras-geometricas/

ACTIVIDAD 7

Las nuevas tendencias en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas apuestan por que el alumnado se inicie en el proceso de definir, en lugar de limitarse a identificar el rectángulo (u otros conceptos). Según Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 1998), solo las personas que logran alcanzar el cuarto nivel de *deducción formal* son capaces de construir una definición apropiada, pero es aceptable y deseable abordar el proceso de construcción de definición desde EI.

Responded a las siguientes cuestiones:

7.1. ¿Qué forma adquiere una definición de un concepto matemático en EI? Dicho de otro modo ¿cómo es una definición en esta etapa?

7.2. Si lo particularizamos al caso del rectángulo, ¿qué sería aceptable teniendo en cuenta el nivel de desarrollo del alumnado y el contenido que se trabaja?

7.3 ¿Qué actividades se deberían utilizar para que el alumnado pueda comenzar a evolucionar desde el primer nivel de *visualización* de Van Hiele al siguiente nivel de *análisis*?

HOJAS DE TRABAJO

2. Introducción a la suma con fracciones. Reflexión didáctica sobre el uso de modelo de áreas

ACTIVIDAD 1. Elección de la forma del material: elaborando un prototipo

Diseñad el prototipo de un material manipulativo que resulte útil para trabajar la equivalencia de fracciones mediante la comparación de áreas. Para ello, cada integrante del grupo elegirá una figura diferente y seis denominadores con los que trabajar la equivalencia de fracciones.

Una vez seleccionada una figura y diseñado el prototipo de material, responded como equipo a las siguientes preguntas:

1.1 ¿Cómo seleccionasteis los denominadores?

1.2. ¿Hubo figuras en las que no se pudieran hacer todas las divisiones en partes iguales que marcan los denominadores seleccionados?

1.3. ¿Alguna de las figuras elegidas podría trabajarse independientemente de los denominadores seleccionados?

ACTIVIDAD 2. Diseño del material didáctico

Usando cartulinas de colores, planead el diseño de un material didáctico que permita trabajar la equivalencia de fracciones en Primaria mediante el modelo de áreas. La única condición para diseñar el material es que se usen únicamente seis colores distintos de cartulinas, cartoncillo o goma EVA (según lo decida el equipo) y que cada uno de los colores se emplee para representar un denominador distinto.

Una vez que hayáis terminado con vuestro plan de diseño, responded a las siguientes preguntas en equipo:

2.1 ¿Qué figuras seleccionasteis para representar la unidad con la cartulina? ¿Por qué?

2.2 ¿Sería posible trabajar con otras figuras? ¿Cuáles?

2.3 ¿Qué dificultades habéis tenido, como equipo, al diseñar el material?

A partir de la discusión grupal que ha moderado vuestro profesor o profesora, responded a las siguientes preguntas:

2.4 ¿Consideráis ahora pertinente trabajar con otras figuras distintas a las que seleccionasteis al principio?

2.5 ¿Es necesario que todas las figuras tengan las mismas dimensiones?

2.6 ¿Cuáles son las divisiones óptimas (denominadores) para diseñar el material? ¿Por qué?

2.7 ¿Cómo influye la selección de las dimensiones de las figuras del material en el uso de este?

2.8 ¿Qué posibles obstáculos o dificultades puede encontrar el alumnado de Primaria al trabajar con este material?

2.9 ¿La puesta en común ha hecho que modifiquéis el plan de diseño? ¿Cómo y por qué?

ACTIVIDAD 3. Suma de fracciones con modelo de áreas

Considerando el material que habéis diseñado, resolved los siguientes ejercicios de suma de dos fracciones. Sugerimos que cada miembro del equipo realice al menos una de las operaciones propuestas para discutir posteriormente el proceso de resolución con el resto del equipo:

3.1 ¿Qué estrategias aplicaríais para resolver los siguientes ejercicios?

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$ $\quad$ $\frac{2}{12}+\frac{5}{12}$

3.2 ¿Qué estrategias aplicaríais para resolver este segundo bloque de ejercicios?

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$

3.3 ¿Qué estrategias aplicaríais para resolver este tercer bloque de ejercicios?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

Tras la discusión plenaria sobre los procesos que habéis seguido para resolver las operaciones, responded en equipo a las siguientes cuestiones:

3.4 ¿Os ha resultado útil o pertinente el material para resolver los ejercicios? ¿Por qué?

3.5 ¿Los procesos y estrategias que habéis utilizado para resolver los ejercicios han sido adecuados? ¿Por qué?

3.6 ¿Qué dificultades podría tener el alumnado de Primaria al trabajar esta actividad?

ACTIVIDAD 4. Restringiendo el uso de algoritmos aritméticos

¿Cómo creéis que el alumnado de Primaria resolvería los ejercicios propuestos en la actividad 3 si no conoce o no recuerda el algoritmo habitual para sumar fracciones (y, por tanto, no conoce el mínimo común múltiplo) y cuenta con el material que habéis diseñado?

ACTIVIDAD 5. Hipótesis sobre el comportamiento matemático del alumnado de primaria

Una vez analizada la progresión de los ejercicios de las actividades 3 y 4 para la suma de fracciones, formulad como equipo vuestras hipótesis sobre las siguientes cuestiones:

5.1 ¿Cómo procedería el alumnado de Primaria al trabajar cada ejercicio con los materiales facilitados?

5.2 ¿De qué conocimientos se valdría en sus respuestas?

5.3 ¿Qué ejercicios resolvería con facilidad y qué dificultades encontraría?

5.4 ¿Qué conjeturas construiría (válidas o no) sobre los procedimientos para sumar fracciones?

ACTIVIDAD 6. Cierre y reflexión final

A partir del debate grupal, elaborad como equipo una conclusión general sobre lo que consideráis que habéis aprendido en esta tarea formativa, especialmente en relación con el concepto de fracción y las limitaciones de centrar la enseñanza en los algoritmos tradicionales.

HOJAS DE TRABAJO

3. Interpretación parte-todo de las fracciones

ACTIVIDAD 1. Valoración de conocimientos previos

En diferentes situaciones se usan las fracciones como parte-todo. Enumera los ejemplos más comunes que conozcas:

ACTIVIDAD 2. La parcela de don Jacinto

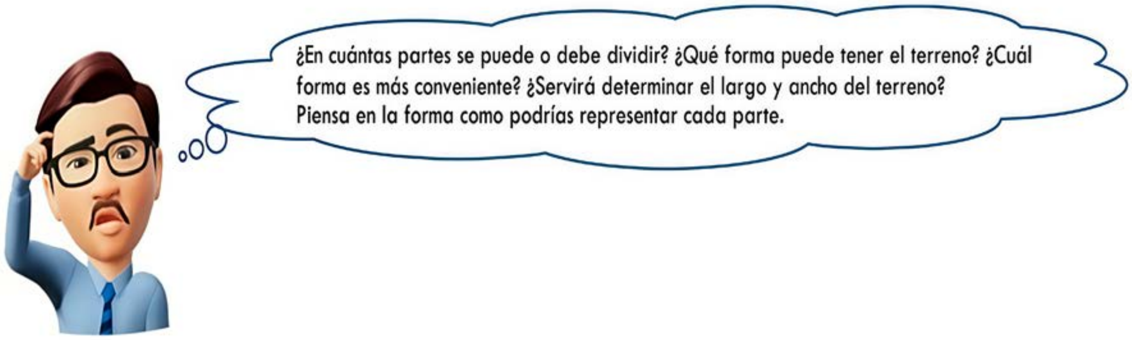
2.1. Resuelve de manera individual el siguiente problema:

Don Jacinto tiene una parcela. La quinta parte del terreno está sembrada de lechugas; la tercera parte, de rábanos, y el resto, de zanahorias. ¿Qué parte del terreno está sembrada de zanahorias?

Piensa en una expresión matemática para calcular la parte del terreno que está sembrada de zanahorias.

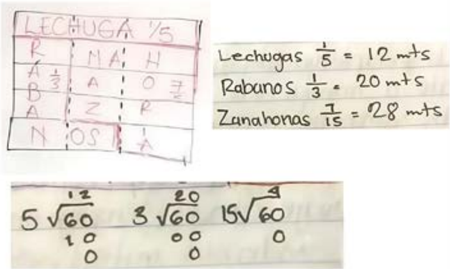
2.2. Si el terreno mide 60 m^2, ¿cuántos metros cuadrados ocupan las lechugas? ¿Cuántos los rábanos? ¿Cuántos las zanahorias? ¿Cómo representarías de manera gráfica el reparto del terreno para la siembra de cada una de las plantas?

2.3. Representa, con la figura que te parezca más conveniente, la forma en que queda dividido el terreno para la siembra de las lechugas, rábanos y zanahorias.



ACTIVIDAD 3. Análisis de estrategias de resolución

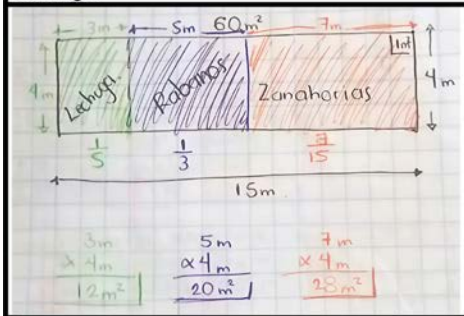
Analiza las siguientes estrategias de resolución elaboradas por docentes en formación y completa los razonamientos con las reflexiones que puedas inferir a partir de lo que observas en las imágenes.



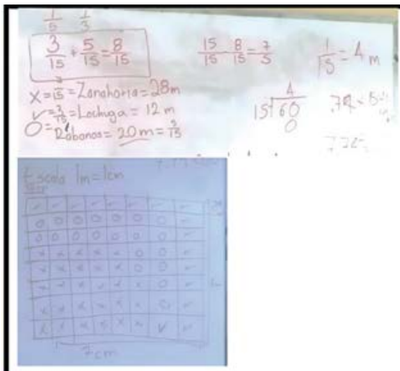
Yo consideré un cuadrado como la forma del terreno; primero lo dividí horizontalmente en “quintos” y de ahí tomé 1/5, que es lo que se sembró con lechuga.

Enseguida dividí verticalmente en “tercios”, para tomar 1/3 para la siembra de rábanos, sin embargo, noté que me faltaba una de las partes, porque ya estaba sembrada con lechugas (esta parte representa — del total del terreno), entonces la tomé de la parte inferior del segundo tercio. Para saber qué parte del terreno quedó sembrada de zanahoria, ________________son 7 de 15, que es igual a —.

Para determinar cuántos metros ocupa cada siembra, dividí 60 ÷ 15 = 4 (porque son las partes en que quedó dividido todo el terreno) y el resultado lo multipliqué por la cantidad de partes que corresponden a cada siembra. Lechuga: □ x □ = □ m
Rábano: □ x □ = □ m
Zanahoria: □ x □ = □ m

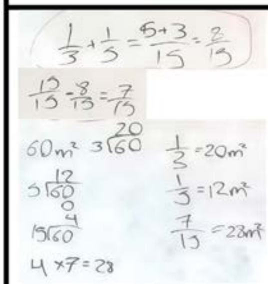


Yo primero dibujé un rectángulo de 15 m de largo por 4 m de ancho, lo cual nos da un área de 60 m², que es la superficie total del terreno; después de eso, me fijé en los cuadritos y ____
____
____
____
____
____
____



Yo busqué fracciones equivalentes a 1/5 y 1/3, y estas son _______ y ______ respectivamente; luego
____
____
____
____
____
____

Para la representación gráfica, busqué la raíz cuadrada de 60m, para determinar la medida del lado de un terreno cuadrado, luego____
____
____
____
____



En mi caso usé el procedimiento convencional, el cual consiste en
____
____
____
____
____

Para encontrar la cantidad de metros cuadrados en que se sembró cada producto, lo que hice fue ______________________________
____
____

ACTIVIDAD 4. Analicemos matemática y didácticamente el problema

¿Qué puedes decir de los diferentes procedimientos? ¿Cuál o cuáles es más probable que utilice el alumnado de Primaria al resolver el problema inicial? ¿De qué manera escribirías una expresión algebraica que sintetice los procedimientos de resolución?

Escribe un comentario con tus reflexiones al analizar los procedimientos anteriores.

A continuación, te planteamos algunas ideas para «institucionalizar» los conocimientos didácticos:

La interpretación de la fracción como parte-todo, a decir de Llinares (1997).

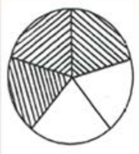
Se presenta esta situación cuando un «todo» (continuo o discreto) se divide en partes «congruentes» (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de «objetos»). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios «todos»).

El todo recibe el nombre de unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales.

La situación más común para trabajar la idea de la fracción como parte-todo es la siguiente:

Para indicar la relación que existe entre la parte sombreada y un «todo»,

«tres de las cinco partes», 3/5.



También podemos establecer una relación parte-parte, como en el siguiente ejemplo

En un grupo de niños y de niñas hay diez niñas y cinco niños. En un momento determinado alguien dice: «Hay la mitad de niños que de niñas» (hay el doble de niñas que de niños). La expresión *mitad* está empleada en esta situación para describir una relación entre dos partes de un conjunto. Se ha realizado una comparación parte-parte y como resultado de esta comparación se utiliza una fracción para cuantificar la relación.

Sin embargo, el problema planteado al inicio en una primera parte implica el establecimiento de la relación parte-todo, pero fácilmente se puede extender su análisis hacia la multiplicación de una fracción por un número natural, principalmente en el papel de operador, por ejemplo, cuando nos preguntamos por 1/5, 1/3 o 7/15 de 60 metros; esto nos puede llevar a generar los siguientes procedimientos:

$$\mathbf{60\;x\frac{1}{5} = \frac{60}{5} = 12\;m}$$

$$\mathbf{60\;x\frac{1}{3} = \frac{60}{3} = 20\;m}$$

$$\mathbf{60\;x\frac{7}{15} = \frac{420}{15} = 28\;m}$$

En estos casos, «1/5 de 60» puede ser interpretado como una fracción que actúa sobre un número (operador), es decir, una acción más que la descripción de una situación.

En el siguiente espacio escribe tu definición sobre los siguientes conceptos:

Fracción como parte-todo:

Fracción como operador multiplicativo:

HOJAS DE TRABAJO

4. Evaluación del conocimiento especializado del profesorado de Matemáticas construido a través de la formulación de problemas de fracciones

Formula un problema de al menos dos etapas en el que haya una suma y una multiplicación de fracciones como mínimo.

1.1 ¿De qué tipo es la fracción resultante? ¿Qué significados de las fracciones se emplean?

1.2 ¿De qué tipo es el problema aditivo que has construido? ¿Y el problema multiplicativo?

1.3 Resuelve el problema representando las fracciones de forma gráfica.

1.4 Identifica posibles errores y dificultades en la resolución (por parte del alumnado de Primaria) tanto gráfica como aritméticamente.

HOJAS DE TRABAJO

5. Construcción de razonamiento probabilístico a través de la predicción

ACTIVIDAD 1. Replicamos el experimento de Bayes

En esta actividad trabajaréis en equipos de cuatro a seis personas.

Asignad, en vuestro equipo de trabajo, quién jugará como tirador, y quién, como observador (los roles se intercambiarán al acabar el juego). Cada participante debe completar su hoja respectiva. Al finalizar cada ronda de cinco tiradas, haced una foto de la mesa para registrar los datos.

Una vez completadas las hoja de tirador y observador, y habiendo pasado todos los integrantes del equipo por ambos roles, decidid entre todos quién ha hecho la mejor apuesta y por qué.

Hoja del tirador (anverso)

Equipo: ____

Nombre del tirador: ____________________________________

Debes ponerte de espaldas a la mesa antes de que el observador coloque el saco rojo, y no debes mirar la mesa hasta que haya finalizado la actividad.

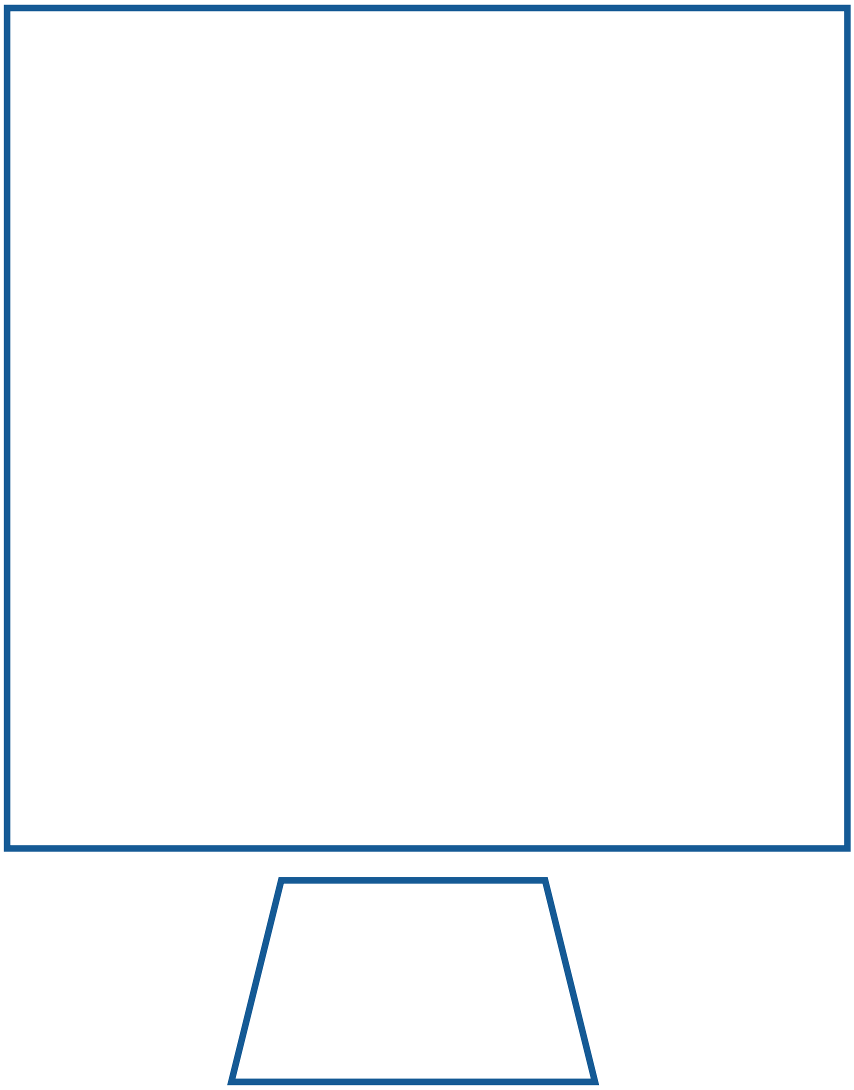
1.1 Antes de hacer ningún lanzamiento, ¿dónde crees que está situado el saco rojo? ¿Por qué lo crees?

1.2 Anota, de la forma que consideres, la información que te proporcione el observador en cada tirada.

1.3 Una vez completados tus lanzamientos, ¿cambiarías tu apuesta sobre la posición del saco rojo? ¿Por qué? En caso afirmativo, ¿cómo la cambiarías?

Hoja del tirador (reverso)

1.4 Dibuja un punto donde creas que está situado el saco rojo (el cuadrado representa la mesa, y el trapecio, la posición del tirador).



1.5. Justifica por qué crees que el saco rojo está en esa posición.

Hoja del observador

Equipo: ____

Nombre del observador: ____

Cuando el tirador esté de espaldas a la mesa, coloca el saco rojo en algún lugar de ella, según tu criterio. A continuación, tras cada tirada, indica al tirador cómo ha quedado su lanzamiento respecto del saco rojo: a su izquierda o a su derecha; más arriba o más abajo.

Anota, de la forma que consideres, la información que vayas proporcionando al tirador en cada tirada.

Hoja de reflexión grupal

Equipo: ____

Por parejas de juego, y posteriormente en pequeño grupo, reflexionad sobre las siguientes cuestiones:

1.6. Cuando habéis jugado como tiradores, ¿cómo habéis registrado la información que os daba el observador?

1.7. ¿De qué manera os ha ayudado a cada uno la forma de registro usada para hacer la predicción?

1.8. ¿Cambiaron vuestras predicciones iniciales después de realizar el experimento? ¿Por qué sí o por qué no?

1.9. ¿Qué razonamientos o procedimientos matemáticos habéis usado como tiradores para decidir dónde estaba el saco rojo después de realizar el experimento?

1.10. ¿Creéis que se pueden trabajar contenidos curriculares de probabilidad con esta actividad? En caso afirmativo, ¿cuáles y en qué partes de la actividad?

1.11. ¿Usaríais esta actividad en el aula de Primaria? En caso afirmativo, explicad brevemente cómo lo haríais.

ACTIVIDAD 2. Consensuamos una predicción

En esta actividad trabajaréis en equipos de cuatro a seis personas.

Equipo: ____

Nombres: ____

Suponed que, al realizar los cinco lanzamientos para obtener información, los sacos quedaron dos veces a la izquierda/arriba, dos veces a la izquierda/abajo, y una vez a la derecha/abajo respecto del saco rojo, como se representa en la tabla 5.3. Discutid en pequeño grupo cuál sería vuestra predicción sobre la posición del saco rojo.

Tabla 5.3. Supuesto resultado del experimento.

	Izquierda	Derecha	Total
Arriba	2	0	2
Abajo	2	1	3
Total	4	1	5

HOJAS DE TRABAJO

6. El problema de la arqueóloga. Resolución de problemas de generalización desde un enfoque inclusivo

ACTIVIDAD 1. Resolución individual del problema de la Arqueóloga

En esta actividad, cada profesor en formación resuelve el problema de manera individual (apartados 1.1 y 1.2). El objetivo es reunir, al compartir después con el resto del equipo, la mayor variedad posible de estrategias de resolución. Los apartados 1.3 y 1.4 se trabajan en grupos de dos a cuatro personas.

Una arqueóloga necesita limpiar las figuras de los dinosaurios que se exponen en el museo. No dispone de una escalera, pero ha encontrado cajones de madera del mismo tamaño que puede apilar para subir (véase la figura 6.2). Cada cajón mide un metro de altura.

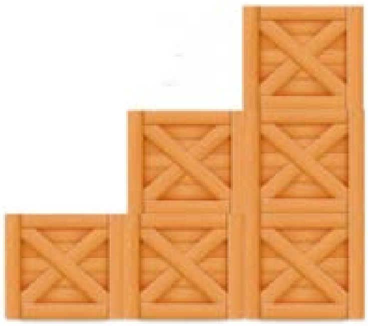


Figura 6.2. Forma en que se apilan los cajones.

¿Cuántos cajones necesita para alcanzar la altura del *Velociraptor* (2 m)? ¿Y para alcanzar la del estegosaurio (4 m)? ¿Y la del *Gigantoraptor* (8 m)? ¿Y la del *Tyrannosaurus rex* (10 m)?

1.1 ¿Cómo resolverías el problema? Detalla tu estrategia de resolución.

1.2 ¿Podrías resolverlo de otro modo? Describe otra estrategia de resolución diferente a la anterior.

1.3 ¿Tuvisteis alguna dificultad para resolver el problema?

1.4 ¿Creéis que el alumnado de tercer ciclo de Primaria podría resolver el problema? ¿Qué dificultades podría encontrar para abordarlo?

Actividad 2. La resolución de Raúl

Observa e interpreta la resolución de Raúl al abordar el problema de la arqueóloga, atendiendo a las situaciones 2.1, 2.2 y 2.3.

Situación 2.1. Resolución de términos cercanos y consecutivos apoyados en el dibujo

Raúl comienza a resolver el problema de manera autónoma: cuenta los cajones en el dibujo del enunciado, que va ampliando con nuevas columnas de cajones. Cuando se le pregunta por su estrategia, habla de «apilar las cajas». Para resolver el caso del *Gigantoraptor* (8 m), decide cambiar de estrategia: representa solamente los cajones superiores de cada columna (figura 6.3). Esta nueva estrategia le permite detectar algunos errores que había cometido en el conteo previo, de manera que los corrige.

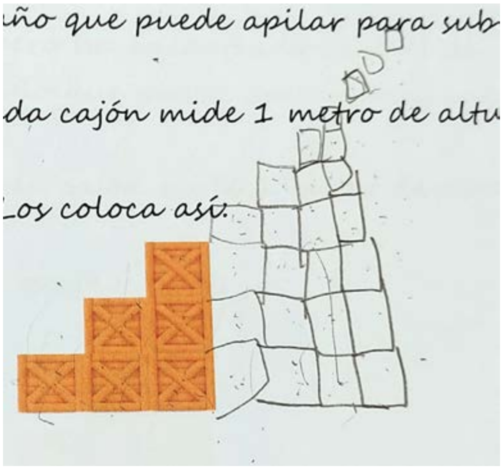


Figura 6.3. Escalones flotantes de Raúl

Profesora (P): Oye, ¿qué altura te piden? ¿8? ¿Esto es de 8? *(Señala el dibujo de la escalera de Raúl).*

Raúl (R): *(Se queda quieto mirando el dibujo y enseguida cuenta una columna más).* ¡Ah, 20!

P: Vale. ¿Por qué serían 20?

R: Porque, si tengo que subir 8 metros, 1, 2, 3, 4, 5… *(Cuenta señalando solo los cajones superiores de cada columna. Se detiene).*

P: Es más, ¿no?

R: Sí, 3 más… más los de abajo. *(Añade cajones superiores hasta alcanzar los 8 de altura y cuenta los cajones totales).*

Situación 2.2. Resolución de términos cercanos y consecutivos buscando una relación funcional

Se reta a Raúl a averiguar cuántos cajones necesitaría la arqueóloga para alcanzar un dinosaurio de 20 metros (tras preguntarle por algunos ejemplos de especies, ya que le encantan). Para ello, se le proporciona el organizador. Tras unos instantes de silencio, se le repite la pregunta, esta vez incidiendo en los ejemplos anteriores sobre los 4, 5 y 6 metros. Raúl vuelve a contar para completar el organizador, por lo que la profesora le sugiere encontrar una estrategia más rápida. «Saltar», contesta Raúl. Comienza a «saltar» utilizando el organizador y registra la información para cada nuevo escalón. Tras «saltar» hasta los 8 metros, Raúl comienza a dibujar flechas en el organizador (figura 6.4) para conectar verticalmente los números de cajones. Hasta ese momento había calculado todo de memoria, lo que le hacía olvidar los datos y cometer errores de cálculo.

Figura 6.4. Estrategia de las flechas.

ALTURA	NÚMERO DE CAJAS TOTALES
4	10
5	14
6	20
7	28
8	42

4
6
8

Figura 6.5. Representación de la estrategia de Raúl (figura 6.4).

P: De aquí a aquí (de 4 a 5 de altura), ¿cuánto aumenta?

(Raúl comienza a dibujar flechas que relacionan los datos verticalmente, y busca y anota la relación entre cada uno).

R: La de 8 son 42. *(Se refiere a la escalera sobre la que le habían preguntado previamente).*

P: ¿Seguro?

R: Creo que sí. 40 o algo así.

P: De aquí a aquí, ¿cuánto?

R: Va sumando de dos en dos. Creo que es 40.

P: ¿Por qué?

R: Porque entre el de 20 y el de 30 sería 40. Y 6 + 4...

P: Pero estamos en el de 8, cuidado.

R: Sí... ah... A ver. El de 8 serían 36 cajones.

P: Vale. ¿Y el de 9? Lo podemos poner aquí abajo, aunque no haya celda.

(Raúl añade la flecha y escribe el resultado).

R: 40

P: ¿Por qué?

R: Porque habría que sumarle 4 a este. *(Señala el de 8).*

P: ¿Cuánto has sumado del de 7 al de 8?

R: 8. *(Borra y se queda mirando su registro).*

P: Aquí hay algo raro, porque va 4, 6, 8, 8.

R: Es que son 36, pero...

Situación 2.3. Generalización a términos lejanos y no consecutivos

Una vez respondidas todas las preguntas del enunciado, se le propone de nuevo el reto del dinosaurio de 20 metros. Raúl escribe «20» en la columna de altura y la correspondiente flecha con un «20» para calcular el término de la secuencia (figura 6.6).

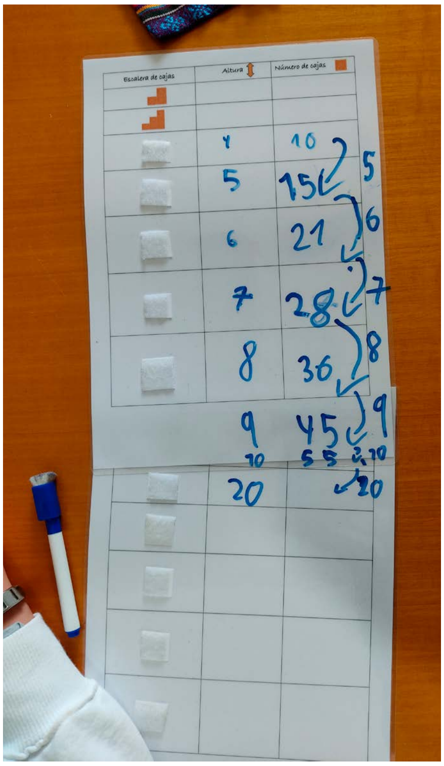


Figura 6.6. Secuencia de Raúl.

2.3.1. ¿Qué heurísticos se observan en la resolución de Raúl?

2.3.2. Describe la estrategia de Raúl para resolver los casos del ***Gigantoraptor*** y del dinosaurio de 20 metros (situaciones 2.1 y 2.2). Compara ambas estrategias e identifica similitudes y diferencias. ¿Qué papel desempeñan estas estrategias en la generalización?

2.3.3 Describe las diferentes formas de representación que emplea Raúl, así como sus potencialidades y limitaciones en el proceso de resolución del problema.

2.3.4 Valora cómo el organizador tabular puede influir en el proceso de resolución de Raúl (situaciones 2.2 y 2.3), en términos de potencialidades y limitaciones.

2.3.5 Observa la resolución de Raúl (situaciones 2.1, 2.2 y 2.3) e identifica las posibles fases de resolución de acuerdo con la teoría de Pólya.

ACTIVIDAD 3. La resolución de Noa

Situación 3.1. La resolución del dinosaurio de 30 metros

Tras recibir el mismo reto que Raúl, Noa se propone calcular cuántas cajas necesitaría la arqueóloga para alcanzar un dinosaurio de 30 metros («¡Vamos a hacerlo de cabeza!»). Para ello, consulta su organizador y realiza una suma de los números consecutivos con los que ya había trabajado, partiendo del 55 (n = 10): 55 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20. Obtiene 210 y lo multiplica por 30.

Noa (N): Voy a ponerme un reto… mmm. 20 metros.

Profesora (P): 20 metros. Si la arqueóloga tuviera que alcanzar al *Triceratops* y sus 20 metros, ¿cuántos cajones necesitaría?

N: Si estamos en 10 *(partimos de 10 metros)*, necesitaría 10 cajones. Pero apilados para hacer la altura. Así que, de manera rápida, sería 55 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19. Y el 20 no lo pongo.

P: ¿Por qué?

N: Bueno, mejor lo pongo.

P: Pero ¿por qué lo pones? A ver, explícame.

N: Porque, si tenemos que llegar a los 20 metros, pues lo pongo, Y así se calcularía de forma rápida. *(Comienza a calcular de manera desordenada y se equivoca por la cantidad de sumandos en la operación).*

P: ¿Por qué no tachas los que vas diciendo?

(Noa lo hace y calcula).

N: 210 cajones. […] ¿Y si fueran 30? Vamos a hacerlo mentalmente: 210 × 30.

P: ¿Por qué por 30?

N: Porque así no tengo que poner todo este lío de numeritos.

P: Porque al final lo que tienes que sumar es 1 + 2 + 3 + 4…

N: Por eso multiplico por 30, porque así estoy haciendo casi lo mismo. *(Ante la insistencia de la profesora en que lo explique, prefiere volver a la suma).*

3.1.1 ¿Qué heurísticos se observan en la resolución de Noa?

3.1.2 Describe la estrategia de Noa para afrontar el caso del dinosaurio de 20 m.

3.1.3 ¿Cómo justificas la operación 210×30 que plantea el estudiante? ¿Por qué crees que la plantea?

3.1.4 Compara las dos estrategias de Raúl y Noa al resolver el dinosaurio de 20 metros (situaciones 2.1 y 3.1) e identifica las similitudes y las diferencias. ¿Qué papel desempeñan estas estrategias en la generalización?

ACTIVIDAD 4. La enseñanza inclusiva de la resolución de problemas

Las resoluciones anteriores corresponden a alumnado con trastorno del espectro autista (TEA), nivel 1. La literatura describe algunas características del trastorno, como las que se recogen a continuación:

Tabla 6.3. Características del TEA descritas en la literatura.

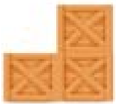
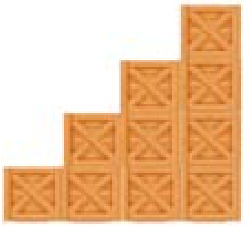
Habilidades	Necesidades
Focalización en detalles	Dificultades para ver la globalidad de una figura.
Pensamiento original	Dificultad para la comprensión verbal
Trabajo independiente	Poca flexibilidad de pensamiento
Reconocimiento de patrones	Dificultades de atención sostenida
Visualización	Dificultades de organización y orden
Memoria visual y mecánica	Dificultades de memoria de trabajo
Perseverancia	Dificultades para predecir
Intereses marcados	Dificultades para autorregularse

4.1 Identifica evidencias de algunas características del TEA en las situaciones 2.1 a 2.3 y 3.1.

4.2 Identifica en las situaciones 2.1 y 2.2 cómo determinadas estrategias o recursos contribuyen al aprendizaje del alumnado con estas características.

4.3 Reflexiona sobre si estas estrategias pueden ser útiles para dar respuesta a las características de todo el alumnado.

ANEXO 1. Plantilla de organizador gráfico con ejemplos de pictogramas proporcionado al alumnado

Escalera de cajas	Altura 	Número de cajas 
		
		
		

7. Definición de polígono

ACTIVIDAD 1. Analizar una distribución de figuras en polígonos y no polígonos dada por el alumnado

En una clase de quinto de Educación Primaria en la que se trabaja contenido geométrico, la maestra plantea una actividad con la intención de hacer que el alumnado recuerde lo que ya conoce sobre los polígonos y establezca diferentes criterios que permitan su clasificación.

En la primera parte de la actividad, cada alumno, de manera individual, dibujará en su cuaderno al menos una forma que represente un polígono y otra que no lo sea, y reflexionará sobre las características que deben tener las figuras propuestas en cada caso. El fin último de la tarea es enunciar una definición de polígono entre toda la clase.

A continuación, el alumnado podrá representar una de sus figuras en la pizarra, que se habrá dividido previamente en dos zonas: una para polígonos y otra para no polígonos. A medida que cada alumno dibuja una figura en una de las zonas, se debate en gran grupo para determinar si todo el alumnado está de acuerdo con la selección planteada. Si no hay acuerdo, se entablará un diálogo para argumentar la inclusión o exclusión de la figura en el grupo correspondiente.

Las figuras representadas en la pizarra al finalizar la actividad se muestran en la figura 7.1:

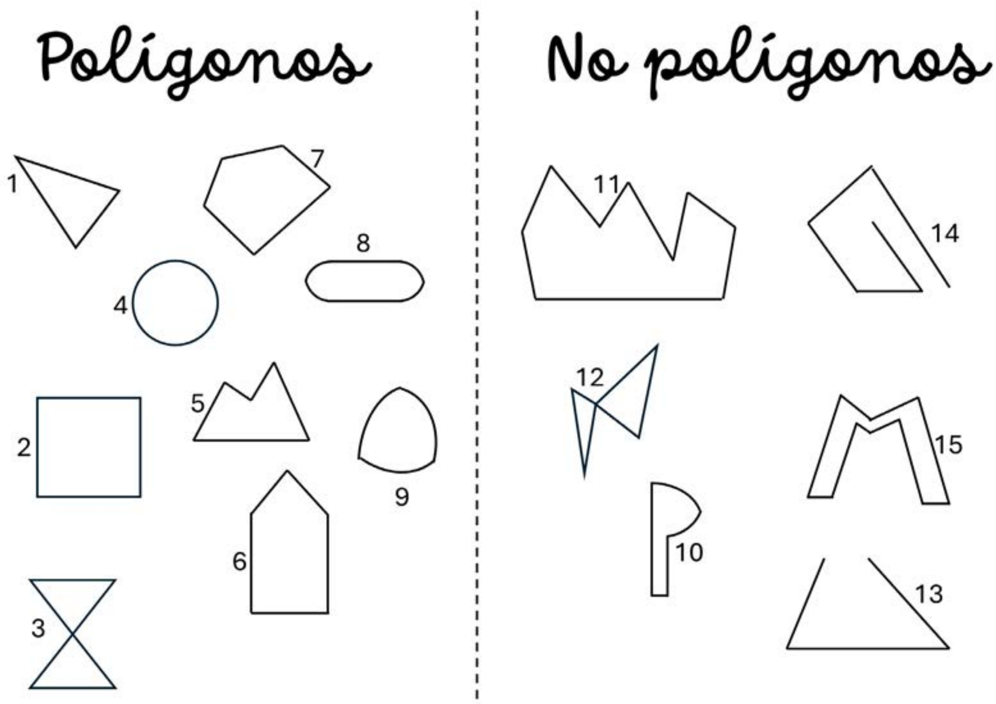


Figura 7.1. Formas planas: polígono frente a no polígono.

1.1. Analizad la distribución de las figuras representadas en la pizarra por parte del alumnado (figura 7.1). ¿Qué propiedades han considerado para establecer estos agrupamientos? ¿Qué argumentos creéis que habrá esgrimido el alumnado para realizar esta distribución entre polígonos y no polígonos?

1.2. Enunciad una definición de polígono.

ACTIVIDAD 2. Análisis de una clase de quinto de Primaria en la que se trabaja la definición de polígono

Después de unos minutos, en los que el alumnado ha dibujado en sus cuadernos un ejemplo de polígono y otro de no polígono, la maestra pide que, de manera ordenada y de uno en uno, vayan saliendo para dibujar en la pizarra una de las figuras representadas en su cuaderno, indicando en qué grupo la incluyen. El resto de la clase debe analizar la figura y señalar si está de acuerdo con la asignación propuesta. Si existieran discrepancias, tendrán que argumentar su disconformidad para convencer al resto de compañeros.

M:[1] A ver, vamos a representar en la pizarra algunas de las figuras que habéis dibujado en vuestro cuaderno. Para ello iréis saliendo de manera ordenada, de uno en uno, y podréis colocar una figura en uno de los dos grupos: polígono o no polígono. En cada caso, el resto de la clase debe valorar si está de acuerdo o no con el grupo en el que se haya dibujado la figura. ¿Quién quiere ser el primero?

(Parte del alumnado levanta la mano. La maestra le pide a uno de ellos que salga a la pizarra. Este dibuja la figura 1 en la zona de polígonos).

M: ¿Consideráis que la figura que hay en la pizarra está colocada en su grupo correspondiente (polígono o no polígono)?

As: ¡Sí! *(Contestan a coro).*

M: ¿Por qué consideráis que es un polígono?

A_1: Porque es un triángulo, y los triángulos son polígonos. Lo vimos el curso pasado.

M: ¿Qué características tiene la figura para ser un polígono?

A_2: Tiene lados y vértices.

(A continuación, otra alumna representa la figura 2. El resto de la clase está de acuerdo y alega las mismas razones que en el caso anterior. La maestra les pide que sean más arriesgados y dibujen figuras menos familiares).

M: El siguiente debe dibujar una figura que considere que no es un polígono.

(Una alumna dibuja la figura 13. Uno de sus compañeros considera que no está en el grupo adecuado).

A_3: Pero esa figura también es un polígono porque tiene lados y vértices como las de antes.

A_2: No, no lo es, porque tiene un hueco.

M: ¿Qué quieres decir con que tiene un hueco?

A2: Que no se unen los lados.

M: ¿Quieres decir que no está cerrada? Entonces no es un polígono porque, aunque tiene lados y vértices, no está cerrada.

(El siguiente alumnado representa las figuras 6 y 7 en el grupo de polígonos y la 14 en la de no polígonos. Todos los alumnos están de acuerdo y utilizan argumentos análogos a los anteriores. La siguiente figura dibujada es la 11).

M: ¿Tú por qué crees que no es un polígono?

A_4: Porque tiene picos para dentro.

1. Se identificamos con **M** las intervenciones de la maestra; con **As**, las del alumnado en grupo. Las intervenciones individuales se identifican como **A_1**, **A_2**, etc., donde cada subíndice corresponde a una alumna o un alumno diferente.

M: ¿Quieres decir que los ángulos que se forman no están todos hacia fuera? ¿Un polígono no puede tener ángulos hacia dentro? A ver, ¿quién está de acuerdo con J. (A4)?

A_5: Nosotras creemos que sí lo es, porque está cerrado y tiene lados y vértices.

M: Entonces habrá que pasar la figura 11 al grupo de los polígonos. ¿Todos estáis de acuerdo?

As: ¡Sí! *(Responden a coro).*

(A continuación la figura 5, de características parecidas a la anterior. Toda la clase está de acuerdo en considerarla polígono. Después, un alumno dibuja la figura 4).

M: ¿Estáis de acuerdo en que el círculo es un polígono?

A_2: Yo no, seño, porque no tiene vértices.

M: Eso es: el contorno es una línea curva y no tiene vértices. ¿Todos de acuerdo?

(El alumnado asiente).

A_6: Pues yo pensaba que sí era un polígono, porque siempre lo he visto con el cuadrado, con el triángulo, con el rectángulo…

M: Es una figura geométrica, pero no cumple las propiedades que se necesitan para ser polígono.

(La siguiente figura que se representa es la 15. El alumno la coloca en el grupo de los no polígonos).

M: ¿Por qué crees que esta figura no es un polígono?

A_7: Porque es una letra.

A_3: Pero como figura tiene lados y vértices y es cerrada.

M: Claro, aunque tenga forma de letra, vista como figura es como la anterior. Es un polígono, ¿verdad?

As: ¡Sí! *(Responden a coro).*

A_7: Seño, entonces ¿las letras son polígonos?

M: Depende de la letra. Pon otro ejemplo.

(El alumno sale y dibuja la figura 10, con forma de P).

M: ¿Qué pensáis? La figura que ha representado vuestro compañero, ¿es un polígono?

A_2: Yo creo que sí, porque es cerrada y tiene lados y vértices.

A_3: Pues yo creo que no, porque tiene una parte curva y los lados de los polígonos tienen que ser rectos.

A_8: Seño, ¿eso es así? Es que yo había puesto un rectángulo diferente en los polígonos, como habías dicho que arriesgáramos.

M: ¿A qué te refieres con un rectángulo diferente? Sal y lo dibujas en la pizarra.

(El alumno dibuja la figura 8 en el grupo de los polígonos).

A_8: Está cerrada, tiene cuatro lados y tiene vértices.

A_5: *Sí, pero le ocurre como a la P*: tiene lados curvos.

M: Efectivamente, es como el caso anterior. Es cerrada, tiene vértices y lados, pero no todos los lados son segmentos. Los lados de los polígonos son rectos.

A_9: Pues yo he puesto como polígono un triángulo con los lados curvos, para que fuera diferente.

M: ¿Así? *(Dibuja la figura 9).* En este caso ocurre como en los anteriores: no es polígono por no tener los lados rectos. ¿Alguna otra figura que queráis compartir?

(Una alumna levanta la mano, sale a la pizarra y dibuja la figura 3 en el grupo de los polígonos. En ese momento, otro compañero dice que tiene una figura parecida (la 12) y que él la ha colocado en el grupo de los no polígonos).

M: Estas dos figuras son muy parecidas. ¿Qué os hace pensar que es un polígono o que no lo es?

A_{10}: Yo creo que sí lo es porque cumple las condiciones que hemos dicho antes. Es cerrado, tiene lados rectos y tiene vértices.

A_{11}: Pero tiene un vértice del que salen cuatro lados, y en los vértices de los polígonos solo pueden salir dos, ¿no, seño?

M: Así es. Vamos a considerar los polígonos simples, en los que de cada vértice solo pueden salir dos lados. Por tanto, ¿cómo podemos definir el concepto de *polígono*?

A_6: Pues una figura plana cerrada, con lados que son rectos y vértices de los que salen dos lados.

Preguntas

A partir de la transcripción de la actividad 2, responded a las siguientes preguntas:

2.1. De acuerdo con la definición que han establecido en la clase, ¿la distribución de la figura 7.1 es correcta? ¿Esta definición coincide con la vuestra?

2.2. A partir del anexo I, analizad si la definición a la que ha llegado el alumnado cumple los atributos de una definición matemática.

2.3. Indicad los conceptos, procesos y procedimientos implicados en la resolución de la actividad. ¿Qué argumentos utiliza el alumnado para incluir o no una figura como polígono? ¿Existe una definición única de polígono?

2.4. ¿Qué se espera que aprenda el alumnado de Primaria con esta actividad? ¿Qué interés tiene frente a haberle proporcionado una definición ***a priori***?

2.5. ¿Qué papel desempeñan los ejemplos, los no ejemplos y los contraejemplos en la construcción de una definición matemática (resolución de la tarea)?

2.6. ¿Qué dificultades del alumnado identificáis en las respuestas a la situación planteada? ¿Cuál puede ser el origen de dichas dificultades?

2.7. A partir de las respuestas del alumnado, ¿podríais determinar el nivel de razonamiento geométrico de cada alumno? Seleccionad una intervención que os parezca especialmente significativa en este sentido.

2.8. En relación con la gestión que realiza la maestra en la actividad, ¿qué destacaríais de su actuación?

ANEXO I. Atributos de una definición

Atributos que debe cumplir una definición matemática	
Jerarquía (precisión)	Los términos usados deben ser básicos o estar definidos previamente.
No circularidad	En la definición de un concepto no se puede hacer uso del propio concepto. Asimismo, si para definir un concepto se recurre a otro, la definición del segundo no puede basarse en la del primero.
Minimalidad	No redundante: ninguna característica puede deducirse del resto.
No ambigüedad	Deber quedar claro qué objetos pertenecen a una clase.
No contradictoria	Las características deben ser consistentes: no puede estar presente una y su opuesta.
Invariante	Debe mantenerse bajo el cambio de representación.
Equivalencia	Se pueden enunciar distintas definiciones de un mismo concepto.

Fuente: Escudero *et al.* (2017).

ANEXO II. Tabla de observación

Aspectos que observar	Lo que observo (Breve descripción de lo que parece evidenciarse)	Lo que interpreto (¿Por qué considero esto importante?)
1. Estrategias de pensamiento, dificultades e ideas intuitivas del alumnado. Cómo piensa los alumnos acerca del contenido y cómo lo comprenden. Cuáles son sus razonamientos. Qué ideas parecen mayoritarias, y cuáles, intuitivas. Qué dificultades identificas en alumnos concretos y en el grupo en general, y qué origen les atribuyes. Qué aspectos del contenido parecen más fáciles de comprender, y cuáles, más problemáticos.		
2. Contenidos trabajados y énfasis. Qué contenidos concretos se trabajan en la sesión. Cuáles echas en falta. En cuáles se pone el énfasis y cuáles se trabajan de modo secundario.		
3. Tipo de actividades. Qué actividades se proponen y de qué tipo son (ejercicios, problemas o actividades de exploración; de lápiz y papel o manipulativas).		

Aspectos que observar	**Lo que observo** (Breve descripción de lo que parece evidenciarse)	**Lo que interpreto** (¿Por qué considero esto importante?)
4. Recursos: potencialidad, limitaciones y uso. Qué recursos se emplean para la enseñanza del contenido. Cómo se usan. Qué ventajas parecen tener y qué limitaciones encuentras.		
5. Ejemplos empleados. Representaciones del contenido y su problemática. Qué ejemplos y situaciones se emplean para ilustrar, dar sentido o aclarar el contenido. Qué representaciones se usan (pictóricas, simbólicas, lenguaje matemático, etc.). ¿Identificas elementos problemáticos?		
6. Conocimiento del docente sobre el contenido. Qué elementos de la actividad matemática identificas en la sesión (argumentar, definir, demostrar, comprobar, conjeturar) tanto en el trabajo de la maestra como en el del alumnado. ¿Te parecen correctos matemáticamente? Qué relaciones se hacen explícitas entre el contenido abordado y otros contenidos. ¿Identificas conexiones que no se abordan? ¿Hay situaciones en la sesión que permitirían abordarlas?		

Aspectos que observar	**Lo que observo** (Breve descripción de lo que parece evidenciarse)	**Lo que interpreto** (¿Por qué considero esto importante?)
7. Conocimiento del docente sobre la enseñanza-aprendizaje del contenido. Qué procedimientos concretos para la enseñanza del contenido emplea la maestra.		
8. Adecuación al currículo. Qué sugerencias curriculares sobre el tratamiento del contenido se tienen en consideración y cuáles no. Qué nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperarías en el alumnado de este curso en relación con el contenido que se ha de tratar.		

Fuente: Climent *et al*. (2013).

HOJAS DE TRABAJO

8. Reconstrucción de la definición de polígono para su enseñanza

ACTIVIDAD 1. Elección de imágenes para construir el concepto de polígono

Después de completar individualmente la evaluación del anexo I, dibuja cuatro polígonos diferentes y, a partir de ellos, ofrece una definición de polígono.

ACTIVIDAD 2: Análisis de viñetas que reproducen una situación de aula

En esta actividad se trabaja en equipos de 5 a 7 miembros.

Escribe los nombres de los integrantes de tu equipo:

Recuerda que un representante del grupo debe recoger (preferentemente en un archivo de Word) las aportaciones en respuesta a cada una de las preguntas que se plantean. Observa las siguientes viñetas sobre la construcción de la definición de polígono en el aula de Enrique, tutor de quinto de Educación Primaria. Presta atención a los ejemplos y a las intervenciones del alumnado para responder a las preguntas que se formulan a continuación.

ACTIVIDAD 2.1

Viñeta 1. Se observa la presentación de la actividad.

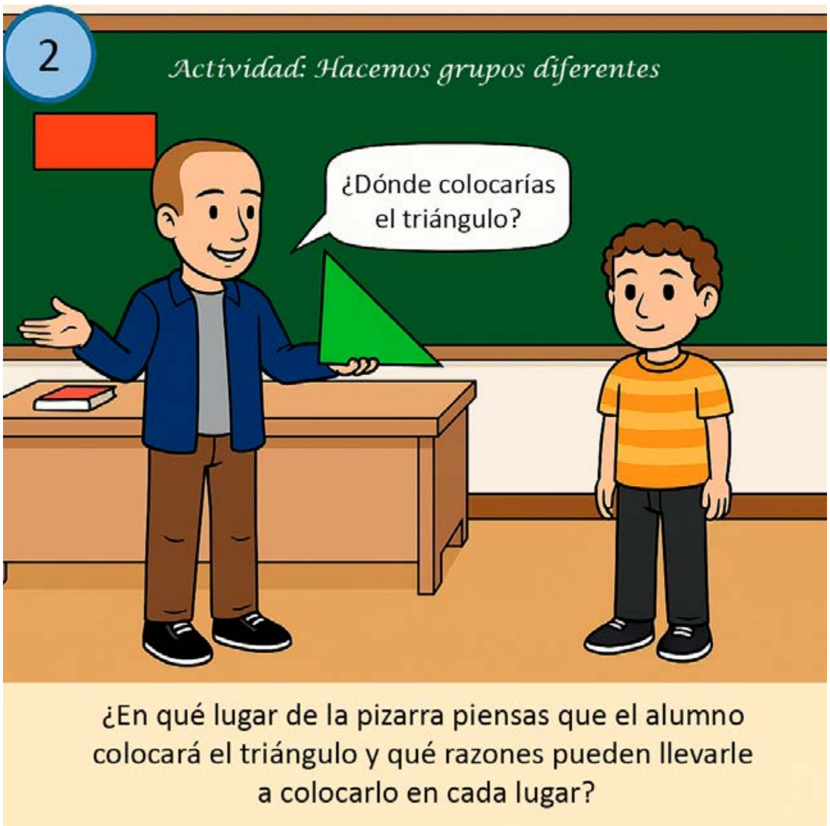
2.1.1 ¿Qué os parece el carácter abierto de la actividad?

2.1.2 ¿La instrucción del maestro es clara?

2.1.3 ¿Qué elementos de diferenciación entre las figuras esperáis que encuentren los alumnos de Educación Primaria?

ACTIVIDAD 2.2

Viñeta 2. Inicio de la actividad.



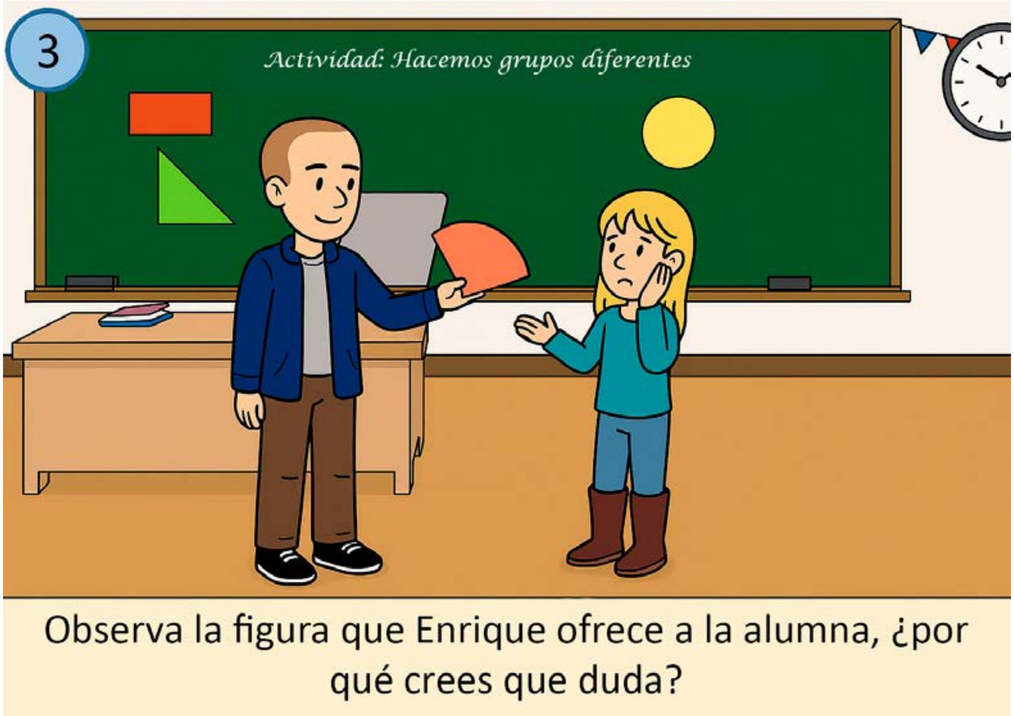
2.2.1 ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian las figuras?, ¿qué puede resultarle más relevante al alumnado de Primaria?

2.2.2 ¿Qué repercusión tiene la aparición del triángulo como segunda figura para la construcción de la definición de polígono? (Alternativas a la tarea)

2.2.3 ¿Cuál sería vuestra actuación como docentes en cada caso? (Reacción ante situaciones de contingencia)

ACTIVIDAD 2.3

Viñeta 3. Parece haberse detectado el carácter rectilíneo/curvilíneo al distinguir el rectángulo y el triángulo del círculo.



Reflexión sobre el sector circular:

2.3.1 Si la definición de polígono que se está construyendo contempla que los lados son rectilíneos, ¿cuál es el papel de todos/al menos un lado recto en la definición de polígono?, ¿creéis que es necesario hacerlo explícito para una mejor comprensión?

2.3.2 Si se han identificado los conceptos de vértices y ángulos, ¿cuántos vértices y ángulos tiene el sector circular?

ACTIVIDAD 2.4

Viñeta 4. Observa la viñeta y responde de modo justificado a las preguntas que se plantean.

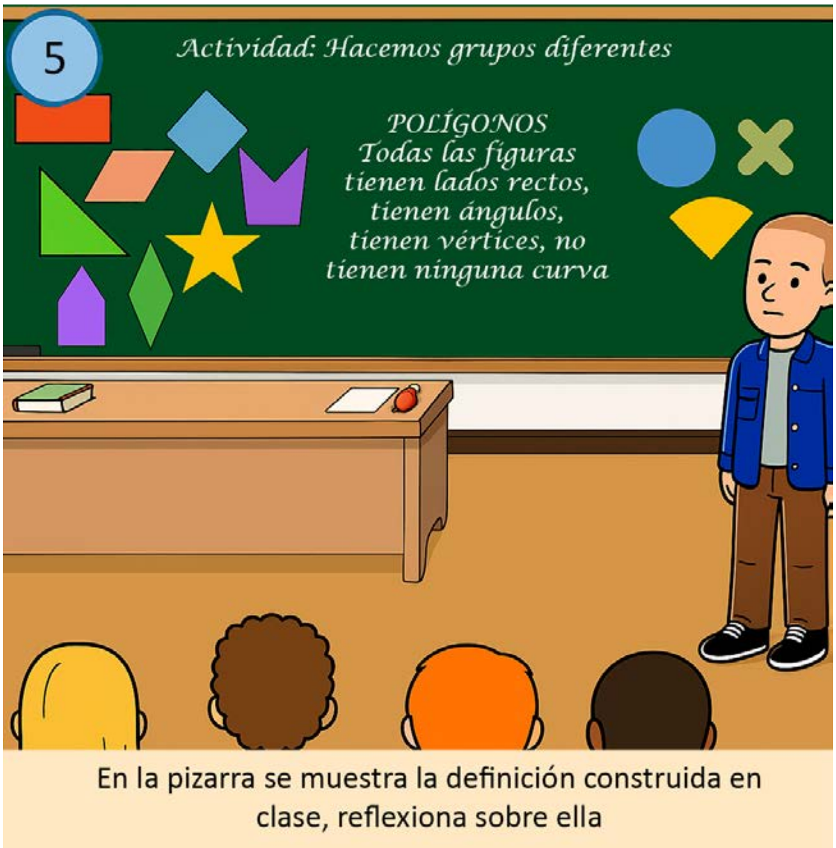
2.4.1 Sin tener en cuenta la definición de polígono conocida, ¿qué características permiten identificar el conjunto de ejemplos presentado?

2.4.2 ¿Se está induciendo alguna característica no crítica para la definición?

2.4.3 ¿Qué implicaciones tiene la selección de ejemplos de polígonos en el aprendizaje del alumnado de Primaria?

ACTIVIDAD 2.5

Viñeta 5. Análisis de la definición.

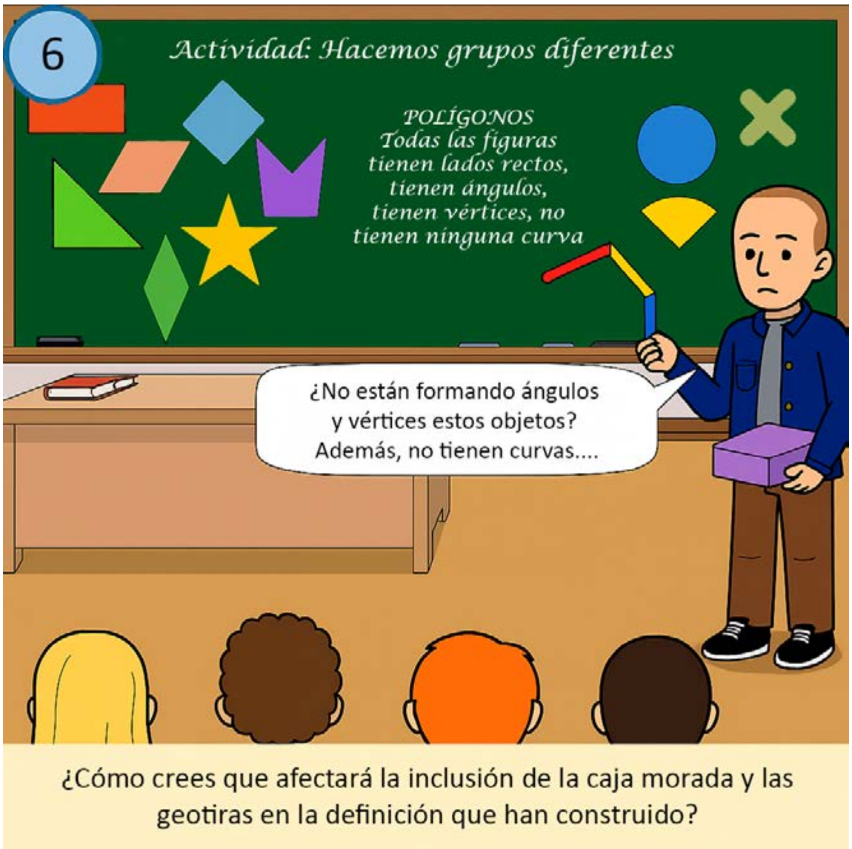


2.5.1 ¿Qué elementos matemáticos de la definición de polígono no se han tenido en cuenta?

2.5.2 ¿Cómo evaluáis la definición en cuanto a la redundancia de propiedades y la ambigüedad de los elementos incluidos? ¿Qué ventajas o limitaciones creéis que presenta para el aprendizaje del alumnado de Primaria?

ACTIVIDAD 2.6

Viñeta 6. El uso de no ejemplos para delimitar definiciones.



2.6.1 ¿Creéis que el alumnado de Primaria podría identificar el carácter cerrado y la bidimensionalidad como características del concepto de polígono?

2.6.2 ¿Cómo podría llevarse a cabo la reescritura de la definición?

2.6.3 ¿Qué ventajas o inconvenientes creéis que puede tener esta actividad frente a otra en la que primero se explique la definición y después se presenten los ejemplos?

ACTIVIDAD 3. Reflexión final

En esta sección debéis explicar cómo ha cambiado vuestro modo de entender la definición de polígono. Describid cómo concebíais vuestro espacio de ejemplos al inicio (plasmadlo) y cómo creéis ahora que debe enriquecerse.

ANEXO I. (Evaluación inicial)

1. Selecciona las opciones que consideres correctas.

   A. Un polígono es una figura plana con borde.

   B. Un polígono es una línea continua con ángulos entre sus partes.

   C. Un polígono es la región plana delimitada por una línea quebrada en la que se puede distinguir lo que está dentro de lo que está fuera.

   D. Un polígono es un conjunto de vértices y lados con área.

   E. Un polígono es la región plana delimitada por una línea poligonal cerrada que tiene la misma cantidad de vértices, lados y ángulos.

   F. Un polígono es una región delimitada por una línea poligonal cerrada, de manera que, dados dos puntos cualesquiera de dicha región, el segmento que los une queda siempre dentro de ella.

2. Señala de cuántas formas diferentes podrían clasificarse las figuras de la imagen:

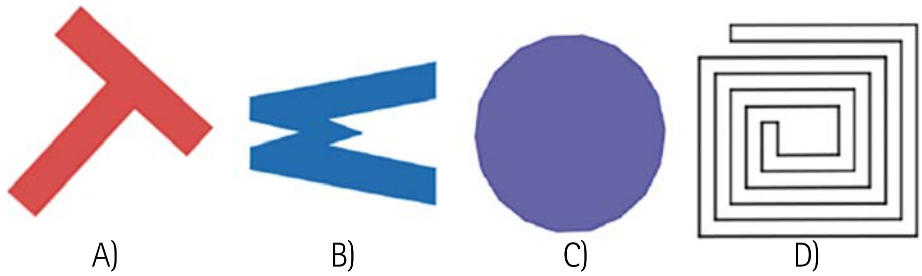
   A. No se pueden clasificar.

   B. Solo se pueden clasificar de una forma.

   C. Se pueden clasificar de dos formas.

   D. Se pueden clasificar de más de dos formas.

3. Imagina que ejerces como docente y te proponen las siguientes figuras:



   Selecciona cuáles consideras adecuadas para enseñar a tu alumnado lo que es un polígono. Justifica tu elección y explica por qué descartas las demás.

HOJAS DE TRABAJO

9. Procesos de conjeturación, razonamiento y demostración usando relaciones angulares: ángulo inscrito en la circunferencia

ACTIVIDAD 1. Conjetura de la relación angular con material de dibujo y medición

A continuación, se proponen una serie de actividades basadas en los ángulos sobre la circunferencia. Tómate tu tiempo para elaborar las respuestas, coméntalas con tu compañero cuando lo consideres necesario y no dudes en consultar las dudas que te surjan.

1.1. Construye una circunferencia con el compás y marca el centro. Dibuja un ángulo inscrito con ayuda de la regla y construye su ángulo central correspondiente.

1.2. ¿Existe alguna relación entre la amplitud del ángulo inscrito y la de su ángulo central correspondiente? Enuncia una conjetura que exprese dicha relación.

1.3. ¿En qué grado estás convencido (estás seguro de que es así) de que la conjetura formulada es cierta? ¿Por qué?

1.4. ¿Crees que está suficientemente probado que la conjetura es cierta? ¿Por qué?

1.5. Si crees que podrías estar más convencido o que la conjetura podría probarse mejor, ¿qué habría que hacer para lograrlo?

HOJAS DE TRABAJO

10. ¿Dónde están los polígonos en los poliedros?

SESIÓN 1. Cuerpos geométricos, análisis de una experiencia en el aula

Organización: En esta sesión trabajaremos individualmente.

Duración aproximada: 2 horas.

Una profesora de segundo de Primaria está trabajando el tema de figuras y cuerpos geométricos con sus alumnos de siete años, en una escuela pública.

ACTIVIDAD 1. En la primera clase, la profesora dialoga con sus alumnos sobre las relaciones y diferencias entre un cubo y un cuadrado.

Analiza el siguiente extracto de la clase.

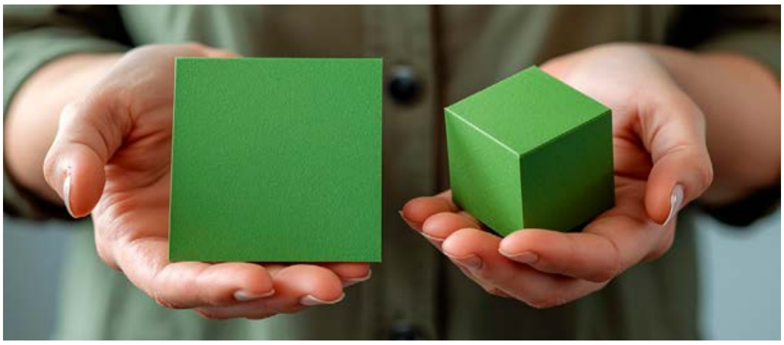
Profesora: ¿Cuál es la diferencia? Sí, son diferentes, pero ¿por qué se llama cuerpo geométrico? *(Muestra el cubo y lo mueve en diferentes posiciones)*. Y ¿por qué se llama figura? *(Muestra el cuadrado y coloca ambas figuras juntas a la vista de los niños)*.

Alumno 3: El cuadrado está como aplastado y el otro es como cuatro.

Profesora: Exactamente, la figura es plana y el cubo tiene volumen…

Alumno 4: Es como un globo: primero está aplastado y luego le echan aire y se hace más grande.

Profesora: Exactamente *(sonríe)*.



Responde a las siguientes preguntas:

1.1. ¿Qué conocimiento evidencia la profesora?

1.2. ¿Qué interpretas sobre cada una de las siguientes afirmaciones realizadas por los alumnos?

a) «El cuadrado está como aplastado y el otro es como cuatro».

B) «Es como un globo, primero está aplastado y luego le echan aire y se hace más grande».

ACTIVIDAD 2. En la segunda clase, la profesora propone la siguiente actividad, tomada de un libro de texto, consistente en construcciones con palillos. Para ello, lleva palillos del mismo tamaño y plastilina.


2 Construcciones con palillos

1. Carlos y Sofía usaron palillos o popotes y bolitas para construir las siguientes figuras. En equipos, elijan una y constrúyanla.

Construcción 1

Construcción 2

Construcción 3

2. Observen su construcción y respondan:

- ¿Cuántas bolitas usaron? __________

A estas uniones se les llama **vértices**.

- ¿Cuántos palillos o popotes usaron? __________

A estas uniones se les llama **aristas**.

3. Comenten en su equipo, ¿qué figuras tienen sus caras?

https://historico.conaliteg.gob.mx/?g=2018&a=2

2.1. Si el alumnado debe pedirle a la profesora la cantidad de palillos y de bolitas de plastilina, completa:

a) Para realizar la construcción 1, necesitan _______ palillos y _______ bolitas de plastilina.

b) Para realizar la construcción 2, necesitan _______ palillos y _______ bolitas de plastilina.

c) Para realizar la construcción 3, necesitan _______ palillos y _______ bolitas de plastilina.

2.2. ¿Cuál de las tres construcciones consideras que implicaría un mayor reto para el alumnado? ________

Explica tu respuesta.

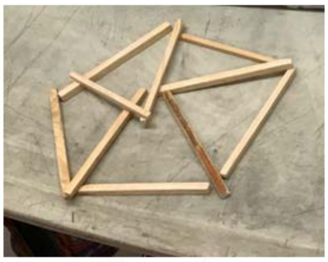
2.3. Observa la producción de una pareja de estudiantes.

¿Cuál de las tres construcciones de la actividad del libro de texto (página anterior) consideras que han reproducido con los palillos y la plastilina? ____________________

Explica tu respuesta.

2.4. Observa el proceso de la construcción 3 realizada por un equipo de estudiantes.

Intento 1



Intento 2

Intento 3

Describe, para cada intento, lo realizado por el equipo, las ideas geométricas puestas en juego y las posibles dificultades surgidas durante el proceso de construcción.

	Intento 1	**Intento 2**	**Intento 3**
Descripción de lo realizado			
Posibles ideas geométricas puestas en juego			
Posibles dificultades encontradas			

2.5. Tras analizar las posibles dificultades encontradas por este equipo, ¿consideras que las características del material (palillos de madera del mismo tamaño y plastilina) limitaron la realización de la construcción? Sí _______ No _______
Explica tu respuesta.

CIERRE DE LA SESIÓN (5 minutos).

1. Seguid las instrucciones de quien dirige la formación y organizad equipos de 2-3 integrantes.
2. Marcad cuál de los siguientes temas ha sido asignado a vuestro equipo.

Temática	**Posibles énfasis**	
Prismas	Definición	Clasificación
Pirámides	Definición	Clasificación

3. Antes de la siguiente clase, y de acuerdo con la temática asignada, cada miembro del equipo debe:

   a) Buscar y recopilar documentos que aborden la temática desde una perspectiva matemática, didáctica o curricular.

   b) Revisar los documentos de consulta recopilados para identificar y registrar los conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares que requiere el profesorado de segundo de Primaria para desarrollar dicha temática.

   c) Anotar la referencia y la página correspondiente. Este material se utilizará en la siguiente sesión.

4. Para la siguiente clase, cada equipo debe traer un pliego de papel para rotafolio (papel bond, papelógrafo o papel sábana) y tres marcadores (rotuladores o plumones) de punta gruesa de colores distintos (negro, azul y verde).

SESIÓN 2. Cuerpos geométricos, análisis de distintos tipos de conocimientos

Organización: En esta sesión se trabaja en los equipos conformados al finalizar la sesión 1.

Duración aproximada: 2 horas.

ACTIVIDAD 3. Con vuestro equipo de trabajo.

3.1. Comentad los hallazgos del trabajo individual previo (puntos 3b y 3c del cierre de la sesión anterior) y sistematizad los conocimientos matemáticos, didácticos y curriculares encontrados. Si fuera necesario, consultad nuevamente los documentos recopilados. Trazad en el papel para rotafolio (papel bond, papelógrafo o papel sábana) una tabla como la que se muestra a continuación, indicando la referencia y la página correspondiente (20 minutos).

Conocimientos matemáticos	Conocimientos didácticos	Conocimientos curriculares

3.2. Imaginad que vais a desarrollar una clase de una hora sobre la temática asignada (prismas o pirámides) con el énfasis indicado (definición o clasificación). Diseñad o adaptad actividades, problemas o proyectos que podríais desarrollar en ese tiempo. Anotadlos a continuación, indicando la secuencia: con qué iniciáis, qué sigue y cómo finaliza la clase (30 minutos).

Tema:
Propósito de aprendizaje:
Recursos (manipulativos, digitales y no digitales):
Actividades, problemas y descripción del proyecto: 1. 2. 3. 4. ...

Para analizar estas primeras ideas de diseño de clase, responded a las siguientes preguntas (40 minutos).

3.3. ¿Qué contenidos matemáticos pretendéis que aprendan los alumnos de segundo de Primaria en vuestra clase?

Describid detalladamente estos contenidos, con el máximo nivel de concreción matemática.

Justificad cómo se relacionan con las actividades, problemas o proyecto de la sesión planificada.

3.4. ¿Qué conocimientos previos requiere un estudiante de segundo de Primaria para abordar el contenido asignado a vuestro equipo? Esta reflexión debe contemplar tanto elementos curriculares de cursos anteriores (sin limitarse a aspectos triviales como el nombre de las figuras) como a temas más concretos que deberían haberse tratado en clases anteriores.

3.5. ¿Qué otros contenidos matemáticos se relacionan directamente con los tratados en la clase planificada, dentro y fuera del bloque curricular (plan y programas de estudios) correspondiente? Indicad la relación y cómo se va a abordar en el aula.

3.6. ¿Qué aprendizajes matemáticos del currículo de vuestro país se abordarán?

3.7 ¿Qué dificultades y obstáculos de aprendizaje relativos a los contenidos tratados podrían surgir en la clase? Fundamentadlos con referencias científicas.

Dificultades y obstáculos de aprendizaje identificados
Indicad si los tuvisteis en cuenta al planificar la clase. Sí_______ No _______
Si los considerasteis, ¿cómo se evidencian en vuestra planificación?
Si no los considerasteis, ¿cómo los abordaríais en vuestra clase?

3.8. ¿Qué potencialidades y qué limitaciones identificáis en los recursos propuestos para la enseñanza del contenido en la clase planificada?

Potencialidades
Limitaciones

Justificad la utilidad de dicho recursos indicando cómo habéis tenido en cuenta sus características para el diseño de la sesión.

CIERRE DE LA SESIÓN. Si habéis terminado las actividades anteriores, podéis avanzar con las siguientes tareas: de lo contrario, completadlas en casa.

1. Esquematizad en el papel de rotafolio los conocimientos matemáticos (marcador negro), curriculares (marcador azul) y didácticos (marcador verde) identificados respecto a la temática asignada, indicando las relaciones, en caso de haberlas.
2. Leed, de manera individual, el informe de investigación asignado.
3. Para la siguiente sesión, cada equipo debe traer nuevamente los tres marcadores (rotuladores o plumones) de punta gruesa de colores distintos (negro, azul y verde), así como cinta adhesiva y notas adhesivas o tarjetas para añadir información en el rotafolio.

SESIÓN 3. Puesta en común y reflexiones finales

Organización: En esta sesión se realizarán reflexiones en plenaria, por lo es necesario formar nuevos equipos, que llamaremos colectivos, agrupados por temática (prismas o pirámides) y énfasis (definición o clasificación).

Duración aproximada: 2 horas.

ACTIVIDAD 4. Puesta en común, de equipos a colectivos.

4.1. Observad en vuestro colectivo el trabajo de los demás equipos, analizadlo y comentad lo propuesto por cada uno en los ámbitos matemático, didáctico y curricular (10 minutos).

4.2. Seleccionad en vuestro colectivo el esquema mejor estructurado y completadlo si es necesario. Este material será utilizado por la persona que elijáis para realizar la puesta en común (10 minutos).

4.3. Plenaria: 10 minutos por colectivo (40 minutos).

ACTIVIDAD 5. Cierre de la tarea formativa (50 minutos)

Seguid las indicaciones de quien dirige la formación para extraer las conclusiones de las tres sesiones.

- Análisis conceptual de lo trabajado en las sesiones anteriores:
  - 2D-3D: relaciones y diferencias, conexiones y analogías.
  - Definir y clasificar en geometría: ¿para qué? ¿cómo?

- Análisis didáctico:
  - Reflexiones sobre los diferentes recursos, actividades propuestas y diseños de las planificaciones.
  - Errores y dificultades del alumnado: ¿qué nos indican sobre el proceso de aprendizaje?

HOJAS DE TRABAJO

11. Atribuyendo significado a la rotación

ACTIVIDAD 1

Imagina que estás en la calle y alguien te pregunta: «En un contexto matemático, ¿qué es la rotación?». ¿Qué responderías? (Recuerda que es una conversación informal, no una explicación didáctica).

ACTIVIDAD 2

El profesor Mario tiene la intención de discutir la definición matemática de rotación con sus alumnos de séptimo grado (de 12-13 años). Ha encontrado algunas definiciones y quiere comentarlas en una formación del CIEspMat (https://ciespmat.com.br), ya que necesita ayuda para saber cuáles son más apropiadas para trabajar con sus alumnos.

Ayuda al profesor Mario a elegir las definiciones más adecuadas de entre las que se presentan a continuación y justifica por qué son o no definiciones válidas. Si requieren cambios, indica cuáles serían necesarios para que constituyan definiciones correctas de rotación.

Definiciones de rotación encontradas por el profesor Mario:
1. La rotación es la composición de dos reflexiones de ejes concurrentes.
2. En una rotación, cada figura gira respecto a un punto llamado **centro de rotación**. Las figuras original y la rotada tienen las mismas medidas, y sus elementos están a la misma distancia del centro de rotación.
3. La **simetría rotacional** se produce cuando una figura plana **gira alrededor de un punto**, según un ángulo (con una medida de apertura entre 0° y 360°), en una determinada **dirección** (en sentido horario o antihorario). Así se obtiene siempre una figura plana que mantiene la misma forma y tamaño que la original.
4. Sea O un punto tomado en el plano $\prod$ y sea $\alpha = A\hat{O}B$ un ángulo de vértice O. La rotación del ángulo α alrededor del punto O es la función $\rho_{O,\alpha}: \prod \rightarrow \prod$ definida de la siguiente manera: $\rho_{O,\alpha}(O) = O$ y, para cada punto, X≠O en $\prod$, $\rho_{O,\alpha}(X) = X'$ es el punto del plano $\prod$ tal que $$d(X,O) = d(X',O), X\hat{O}X' = \alpha$$ y el «sentido de rotación» de A a B es el mismo que el de X a X'.

ACTIVIDAD 3

Resuelve la siguiente tarea, dirigida al alumnado, sin pensar en un contexto de enseñanza.

Tarea para el alumnado: Cartas rotadas (adaptado de Paques y Oliveira)

(Explica siempre tu razonamiento describiendo el proceso que utilizas para responder. Puedes hacerlo mediante diagramas, palabras, cálculos, etc.).

1. Observa las dos situaciones siguientes. En cada situación tenemos una carta de la reina de corazones:

Situación 1

Situación 2

a) Anota lo que te llamó la atención al observar la carta de cada situación.

b) En la situación 1, identifica el movimiento realizado para construir la carta completa a partir de una de sus partes. Justifica tu respuesta.

c) En la situación 2:

i) ¿Puedes identificar el movimiento realizado para obtener la carta en la nueva posición? En caso afirmativo, descríbelo. Si no, justifica por qué.

ii) Explica los procedimientos que seguiste para obtener la carta en la nueva posición (imagen).

d) En cada situación, ¿puedes identificar un punto que permanezca fijo al realizar el movimiento? En caso afirmativo, indica cuál es y justifica tu respuesta.

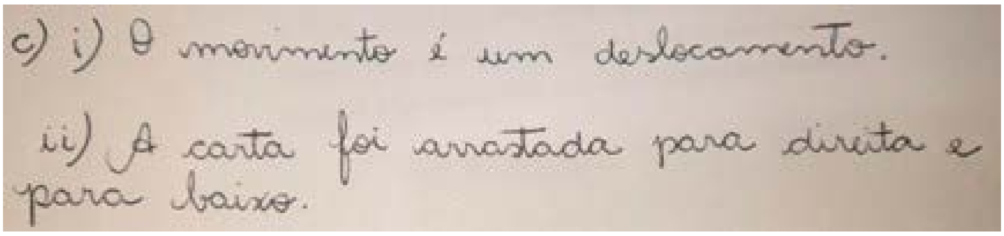
A partir de tu resolución, responde a las siguientes preguntas:

3.1. ¿Cuáles crees que serán las mayores dificultades matemáticas del alumnado al resolver esta tarea? Justifica tu respuesta.

3.2. ¿Qué conocimientos consideras que necesita el alumnado para realizar esta tarea? Justifica tu respuesta.

ACTIVIDAD 4

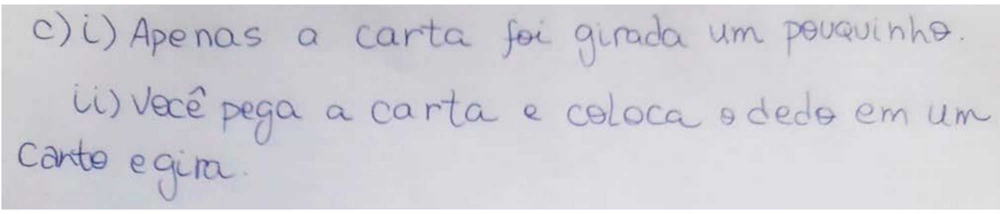
Tras proponer esta tarea a su alumnado de séptimo grado, el profesor Mario recogió algunas respuestas y decidió compartirlas en la formación del CIEspMat. A continuación se presentan las producciones de las estudiantes Simone y Camila respecto a las preguntas (c) y (d) de la tarea:


c) i) O movimento é um deslocamento.
ii) A carta foi arrastada para direita e para baixo.

c) i) El movimiento es un desplazamiento.

ii) La carta superior fue arrastrada hacia la derecha y hacia abajo. Producción de Simone para la pregunta (c).

Producción de Simone para la pregunta (c).


c) i) Apenas a carta foi girada um pouquinho.
ii) Você pega a carta e coloca o dedo em um canto e gira.

c) i) Solo la carta fue girada un poco.

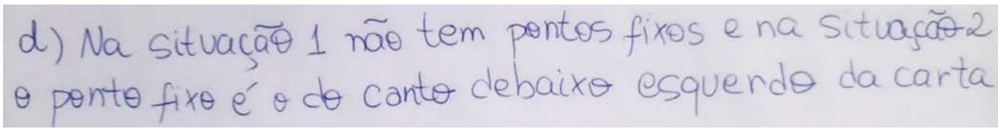
ii) Tomas la carta y colocas un dedo en una esquina y la giras.

Producción de Camila para la pregunta (c).


d) Todos os pontos são fixos.

d) Todos los puntos son fijos.

Producción de Simone para la pregunta (d).


d) Na situação 1 não tem pontos fixos e na situação 2 o ponto fixo é o do canto debaixo esquerdo da carta

d) En la situación 1, no tiene puntos fijos, y en la situación 2, el punto fijo está en la esquina inferior izquierda de la carta.

Producción de Camila para la pregunta (d).

4.1. Para cada producción, indica si la consideras matemáticamente correcta (adecuada) o no, y justifica el razonamiento matemático evidenciado.

4.2. Para las producciones de Simone, proporciona retroalimentación constructiva: en lugar de indicar si son correctas o incorrectas, atribuye significado a sus resoluciones para ayudarla a desarrollar su conocimiento matemático.

HOJAS DE TRABAJO

12. Conocimiento especializado e interpretativo del profesorado en formación de Matemáticas en el contexto de división de fracciones a través de una tarea de formación

Estas actividades pueden resolverse de manera individual o en pequeños grupos de cuatro personas, con el fin de compartir con tus compañeros el máximo número de estrategias de resolución diferentes.

Equipo:

ACTIVIDAD 1. Resolución de una tarea matemática escolar

En una clase de primero de Secundaria se propone al alumnado resolver las siguientes operaciones:

1. $5 \div 2$
2. $\frac{2}{5} \div 4$
3. $7 \div \frac{1}{2}$
4. $\frac{2}{5} \div \frac{2}{5}$

1.1 Sin recurrir al algoritmo, indica el valor aproximado o exacto de cada expresión. Explica tu razonamiento.

1.2 Resuelve cada expresión indicando el valor exacto y el proceso seguido para encontrar la respuesta.

1.3 Formula un problema para cada expresión, de modo que su resolución implique dicha expresión.

1.4 Resuelve los problemas que has formulado con el mayor detalle posible.

ACTIVIDAD 2. Enseñanza de la división de fracciones

Considerando las operaciones de la tarea anterior:

2.1 Representa de al menos dos formas diferentes (mediante diagramas, palabras, cálculos, dibujos, etc.) cada una de las expresiones 1, 2, 3 y 4. Justifica tu respuesta.

2.2 Indica un conjunto de posibles dificultades específicas que el alumnado puede presentar al resolver esta tarea (indica el curso al que te refieres).

2.3 Si tuvieras que enseñar división de fracciones a una clase deprimero de Secundaria, ¿cómo lo harías? ¿Usarías algún recurso? ¿Cuáles? ¿Con qué propósito?

2.4 Un estudiante de primero de Secundaria, al resolver la tarea, preguntó:

Gabriel: Maestra, ¿por qué tenemos que multiplicar para resolver una división de fracciones? Es decir, ¿por qué, al dividir por una fracción, invertimos el divisor y multiplicamos para obtener el resultado?

2.4.1 ¿Qué le dirías a Gabriel? Justifica tu respuesta.

2.4.2 ¿Qué representación puedes usar para dar significado al comentario de Gabriel?

ACTIVIDAD 3. Interpretación y validación de diferentes producciones de alumnado

La maestra Paula implementó esta tarea en sus clases de primero de Secundaria y obtuvo de parte de sus alumnos algunas producciones diferentes de las previstas. A continuación se presentan tres de ellas.

Tres estudiantes de Secundaria resolvieron la siguiente operación de esta manera:

Luís: $\frac{12}{15} : \frac{3}{5} = \frac{12}{15} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

Rafael: $\frac{12}{15} : \frac{3}{5} = \frac{12 : 3}{15 : 5} = \frac{4}{3}$

Mônica: $\frac{12}{15} : \frac{3}{5} = \frac{12}{15} : \frac{9}{15} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

3.1 Para cada producción, indica si la consideras matemáticamente correcta (adecuada) o no, justificando el razonamiento matemático evidenciado. ¿Existen otras formas de resolver la división de fracciones?

3.2 Proporciona retroalimentación constructiva a cada estudiante, es decir, da sentido a sus soluciones de modo que le ayude a construir su conocimiento matemático.

3.3 ¿Cuál de las formas anteriores seleccionarías para enseñar a tus alumnos? Justifica tu respuesta.

HOJAS DE TRABAJO

Tareas para la formación del profesorado para enseñar matemáticas

Este libro está dirigido a formadores y formadoras de profesorado de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria con compromiso con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En sus páginas encontrarán doce tareas formativas diseñadas, analizadas e implementadas por especialistas en didáctica de la matemática que se dedican también a la formación inicial y continua del profesorado en distintos contextos educativos.

Las propuestas que se presentan tienen como objetivo favorecer la construcción de conocimiento especializado del profesorado que imparte matemáticas. Cada tarea se centra en un contenido matemático y en un nivel educativo determinado, ofreciendo un recurso fundamentado y transferible a la práctica formativa. A lo largo del libro se abordan contenidos clave numéricos, geométricos y probabilísticos, junto con aspectos transversales como el razonamiento y la resolución y formulación de problemas.

Estas tareas han sido elaboradas por un equipo internacional de investigadores e investigadoras con vinculación a universidades españolas y latinoamericanas, miembros de la red de investigación MTSK (*Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*). Desde esta perspectiva, las tareas promueven el desarrollo del conocimiento matemático, el conocimiento didáctico del contenido y las concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

Sin embargo, el libro ha sido concebido para ser accesible a todo formador o formadora, independientemente de su familiaridad con el modelo MTSK. Así, quienes se aproximan por primera vez a esta perspectiva encontrarán propuestas claras y aplicables, mientras que los lectores más especializados podrán profundizar en el análisis del conocimiento profesional implicado en cada tarea.

Octaedro

Horizontes Universidad